FOLLETO – GEOMETRÍA DECIMO AÑO

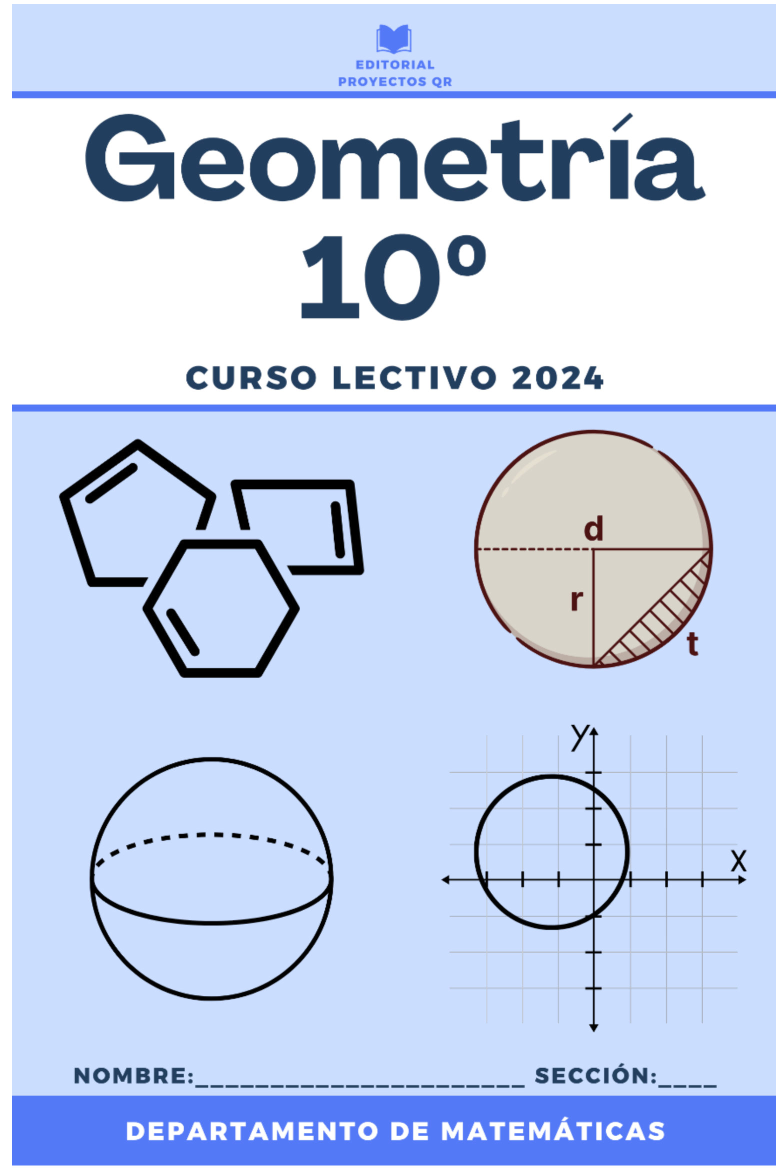
CIRCUNFERENCIA
TRASLACIONES
PUNTO INTERIOR Y EXTERIOR
RECTAS EN LA CIRCUNERENCIA
PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD
RECTA TANGENTE Y RADIO
POLÍGONOS REGULARES
POLÍGONOS IRREGULARES
FIGURAS PLANAS NO POLIGONALES
ESFERA Y CILINDRO

CONTACTO: 60147147

PRECIO: 8000 (76 páginas)

EL MATERIAL SE ENTREGA EN PDF Y
CON CIERTA PERSONALIZACIÓN EN SU ENCABEZADO

SE ENTREGA ESTA MUESTRA PARA QUE OBSERVE
PRIMERO EL MATERIAL Y SUS EJERCICIOS
ANTES DE ADQUIRIRLO



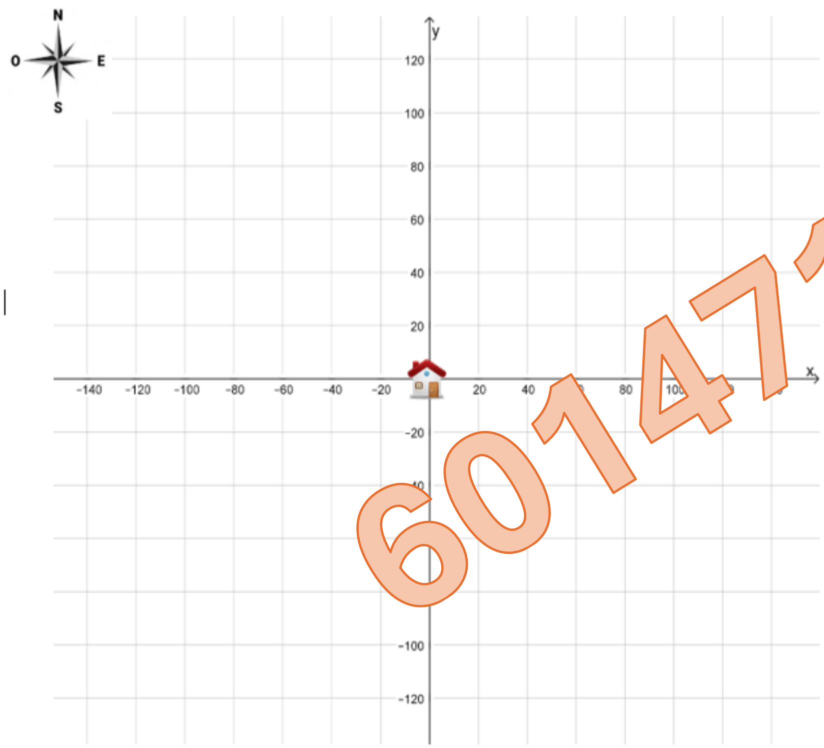
GEOMETRÍA ANALÍTICA

HABILIDADES:

- *Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio.*
- *Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio*

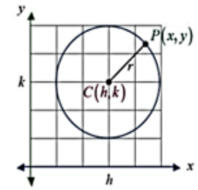
ACTIVIDAD DE INICIO:

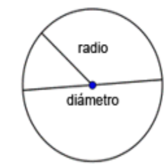
Carlos decide probar una sirena de emergencia que tiene su reloj inteligente para confirmar su alcance. Se desplazó 20 metros al este y 40 al sur de su casa (punto de origen) siendo esa su nueva ubicación. Según el fabricante, la sirena tiene un alcance de apenas 60 metros. ¿Puede representar la situación descrita en el plano cartesiano?



CIRCUNFERENCIA EN EL PLANO: CENTRO Y RADIO

Se le llama circunferencia al lugar geométrico de los puntos P(x,y) de un plano que equidistan de un punto fijo llamado centro C(h,k). A la distancia de cualquier punto de la circunferencia al centro se denomina radio "r". Cuando se trabaja con radio, no se debe descartar que aparezca el diámetro. Recordemos que un diámetro es el segmento de recta que pasa por el centro, por lo tanto, un diámetro equivale a la medida de dos radios.



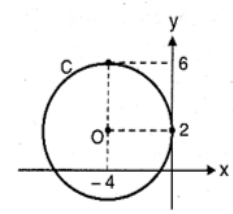


A continuación, se presenta una circunferencia de centro O en el plano cartesiano:

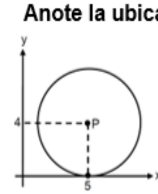
a) ¿Cuál es la medida del radio de la circunferencia?

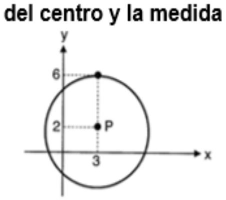
b) ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia?

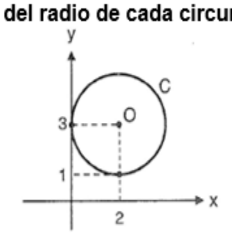
c) ¿Cuál es el par ordenado que me indica la ubicación del centro de la circunferencia?



Anote la ubicación del centro y la medida del radio de cada circunferencia.



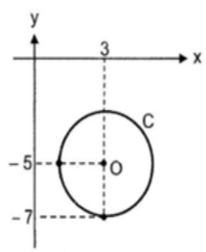
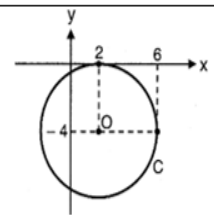
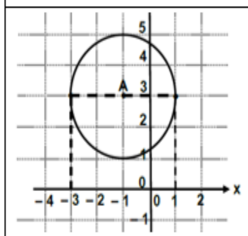
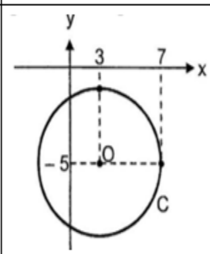




C: ________. C: ________. C: ________.

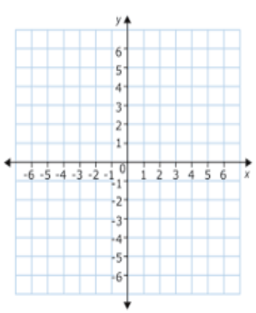
Radio: _____. Radio: _____. Radio: _____.

ACTIVIDAD #1: Anote la ubicación del centro y radio de cada una de las siguientes circunferencias en el plano.

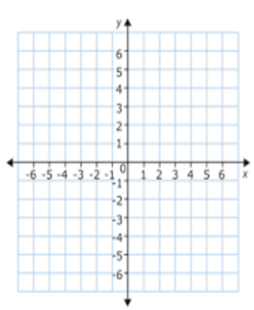





ACTIVIDAD #2: Represente gráficamente las siguientes circunferencias dado su centro y radio.

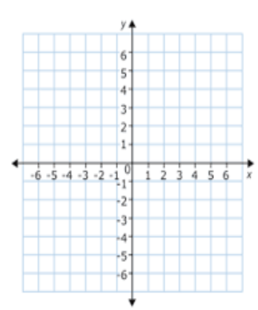
A)Sea C(2,1) y radio = 4



B)Sea C(0,2) y radio = 3



C)Sea C(-1,4) y radio = 1

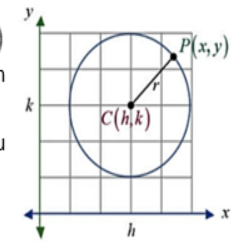


GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA DE UNA CIRCUNFERENCIA

En geometría analítica, la gráfica de una circunferencia con centro $C(h,k)$ y radio "r" se puede expresar algebraicamente mediante una ecuación estándar de la forma $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

Nota: también es común representar el centro como (a,b), siendo su ecuación $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.



Cuando tenemos <u>centro y radio</u>, y queremos obtener la ecuación de la circunferencia, se procede a sustituir los valores de (h,k) en la expresión y el radio se eleva al cuadrado.

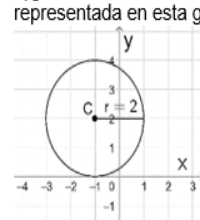
¿Cuál es la ecuación de la circunferencia si su centro se ubica en (4,-2) y tiene un radio de medida 8?

Cuando tenemos <u>la ecuación</u> de la circunferencia, el centro se obtiene "cambiando de signo" a los valores "h y k", y el radio calculando la raíz cuadrada del valor "r²".

¿Cuál es la ubicación de centro y la medida del radio de una circunferencia que se representa algebraicamente cómo $(x+5)^2+(y-1)^2=49$?

EJEMPLOS ADICIONALES

1)¿Cuál es la ecuación de la circunferencia representada en esta gráfica?



2)Si el centro de una circunferencia se ubica en $(-4,0)$ y su radio mide 7, ¿Cuál es su ecuación?

3)Si la ecuación de una circunferencia es $(x-5)^2+(y+2)^2=16$, ¿Cuánto mide el radio y cuál es la ubicación de su centro?

4)Si la ecuación de una circunferencia es $x^2+(y-10)^2=121$, ¿Cuánto mide el diámetro y cuál es la ubicación de su centro?

ACTIVIDAD #3: Represente algebraicamente las siguientes circunferencias dado su centro "C" y su radio "r".

a)Si su centro se ubica en (2,1) y su radio mide 3 R/ ______________________.

b)Si su centro se ubica en (-2,4) y su radio mide 6 R/ ______________________.

c)Si su centro se ubica en (-5,-6) y su radio mide 12 R/ ______________________.

d)Si su centro se ubica en (0,-7) y su diámetro mide 16 R/ ______________________.

ACTIVIDAD #4: Dada la representación algebraica de una circunferencia, complete en los espacios subrayados lo que se solicita.

a)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $x^2 + y^2 = 81$, su centro se ubica en ______________ y su radio mide ______________.

b)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $(x-2)^2 + (y+9)^2 = 16$, su centro se ubica en ______________ y su radio mide ______________.

c)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$, su centro se ubica en ______________ y su diámetro mide ______________.

d)Una circunferencia que algebraicamente se representa por $(x-7)^2 + y^2 = 1$, su centro se ubica en ______________ y su radio mide ______________.

ACTIVIDAD #5: Resuelva los siguientes problemas contestando con detalle lo que se le solicita.

a)En un reactor nuclear, una fuga radioactiva se produce en un punto a 4 metros al sur y 2 metros al oeste del centro del reactor (O), que es el origen. La radiación es detectable si estás a una distancia igual o menor a 3 metros del punto de fuga. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que representa el área afectada por la radiación?

b)Una antena WiFi se encuentra en el centro de una habitación (O), y emite una señal que cubre cualquier dispositivo que esté a una distancia igual o menor a 10 metros de la antena. Si un dispositivo se encuentra a 6 metros al este y 8 metros al norte del centro de la habitación, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que describe la cobertura de la señal WiFi?

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

c)Un faro (F) está ubicado en una isla, y emite destellos de luz que alcanzan cualquier barco en el mar que se encuentre a una distancia igual o menor a 12 millas náuticas del faro. Si un barco está posicionado a 9 millas al norte del faro, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la distancia máxima que alcanza el destello del faro?

d)Un cañón dispara un proyectil que impacta en un punto (P) a 6 metros al sur y 8 metros al este del punto de disparo (D), que es el origen. El proyectil explota al impactar y crea una zona de escombros que se extiende hasta 10 metros desde el punto de impacto. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que delimita el área de escombros?

e)En una granja se va a construir un corral de forma circular de modo que este tenga 14 m de diámetro y su centro se encuentra a 6 m sur y 4 m al este del centro de la granja. ¿Cuál es la ecuación que representa el corral?

f)En el paseo de los turistas Puntarenas, un barco B se ubica a 250 m al oeste y 100 m al norte del faro (punto de origen). el barco posee un radar con un alcance máximo de 400 m. ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la ubicación del barco y el alcance del radar?

TRABAJO COTIDIANO – Circunferencia: Centro y Radio	Valoración
Representa gráficamente una circunferencia dado su centro y radio.	
Determina el valor del centro y radio de una circunferencia dada su representación gráfica.	
Representa algebraicamente una circunferencia dado su centro y radio.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)¿Cuál es la ecuación de una circunferencia cuyo centro es (–2, 3) y la medida de su radio es 7?

A) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 7$

B) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 7$

C) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 49$

D) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 49$

2)Si el centro de la circunferencia C se ubica en el punto (4,0) y la medida de su diámetro es 8, entonces la ecuación de esa circunferencia corresponde a

A) $(x+4)^2 + y^2 = 4$

B) $(x+4)^2 + y^2 = 8$

C) $(x-4)^2 + y^2 = 16$

D) $(x-4)^2 + y^2 = 64$

3) Si el centro de la circunferencia C se ubica en el punto (-1, 4) y la medida de su radio es 3, entonces la ecuación de esa circunferencia corresponde a

A) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 9$

B) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 9$

C) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 6$

D) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 6$

4)Si los puntos de una circunferencia C equidistan del punto (-4,-7) y la medida de su diámetro es 10, entonces la ecuación de C es

A) $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 25$

B) $(x+4)^2 + (y+7)^2 = 25$

C) $(x+4)^2 + (y+7)^2 = 100$

D) $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 100$

Considere la siguiente información para responder los ítems 5 y 6:

La medida del diámetro de una circunferencia es 8 y su centro es el punto P(2,3).

5)¿Cuál es la ecuación de esa circunferencia?

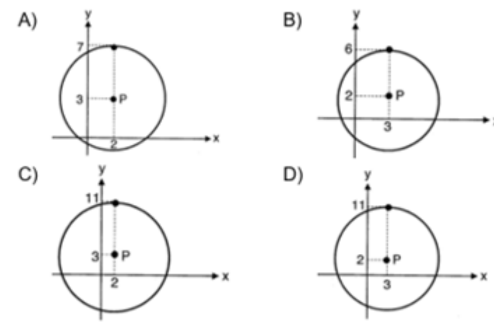
A) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 64$

B) $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 64$

C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

D) $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 16$

6)¿Cuál es la representación gráfica de esa circunferencia?



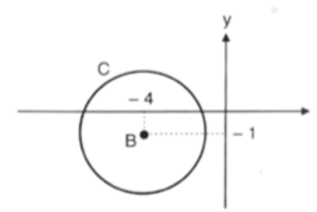
7)Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia C de centro, cuya medida de su diámetro es 6. ¿cuál es la ecuación de C?

A) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 36$

B) $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 36$

C) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$

D) $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$

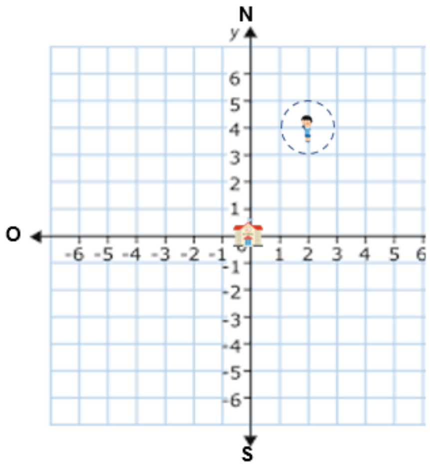


TRASLACIONES EN UNA CIRCUNFERENCIA

HABILIDAD:

▸*Aplicar traslaciones a una circunferencia.*

ACTIVIDAD DE INICIO



Un estudiante quiere probar un dispositivo de comunicación que da una señal de 1 kilómetro a su alrededor (sin importar donde esté), se ubica 2 km al este y 4 km al norte de su colegio (origen). Para realizar otras pruebas, se traslada 5 km al oeste y 6 km al sur desde donde estaba.

a) ¿Cuál es su nueva ubicación?

b) ¿Puede representar esa nueva ubicación como un par ordenado (x,y)?

c) ¿Cambió el alcance del dispositivo (radio)?

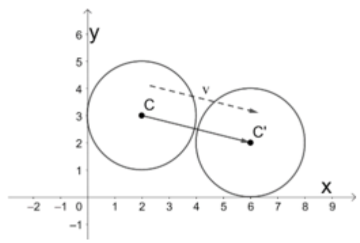
d) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la nueva ubicación?

¿QUÉ ES TRASLADAR?

Es cambiar de lugar una persona o cosa. En contexto de una circunferencia, la posición todos los puntos de la circunferencia se desplazan una misma cantidad. El vector $\overrightarrow{v}$ les indicará la traslación del centro de la circunferencia.

Al trasladar una circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ con centro $C(h,k)$ y radio "r" se va determinar un nuevo centro $C'(a,b)$ en el plano cartesiano **con igual radio**, cuya ecuación corresponde a $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Observe la siguiente figura, ¿Cuál fue la traslación que se aplicó para que el centro C obtenga la nueva ubicación C'?



Para poder trasladar puntos, necesitamos del vector de traslación (es el par ordenado que me indica cuánto y en qué dirección se desplaza el punto en cuestión). Vamos a practicar su interpretación:

Trasladar **5 unidades hacia la izquierda y 4 unidades hacia arriba** corresponde al vector: ___________.

Trasladar **2 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia abajo** corresponde al vector**:** ___________.

Trasladar **7 unidades hacia la derecha** corresponde al vector: ___________.

Trasladar **4 unidades hacia abajo** corresponde al vector: ___________.

Si alguien se traslada **5km al oeste** y **3km al sur**, corresponde al vector : ___________.

ACTIVIDAD GUIADA: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

a) Traslade cuatro unidades hacia arriba (paralelo al eje Y) y ocho unidades hacia la derecha (paralelo al eje X) una circunferencia cuya ecuación es $(x-13)^2+(y-10)^2=15$ y represéntela algebraicamente. Se va a sugerir un procedimiento:

-Centro de la circunferencia original: ________.

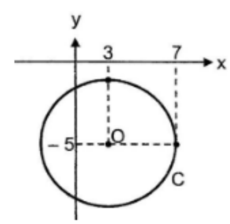
-Vector de traslación: _______.

-Procedimiento para determinar el nuevo centro trasladado:

-Ecuación de la circunferencia trasladada: ______________________.

b) Si una circunferencia de centro P(2,-7) y radio de longitud 5, se traslada 6 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje x), entonces, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia luego de hacer la traslación?

c) Con base en la figura dada, si se traslada la circunferencia desplazando su centro 7 unidades hacia abajo (paralelo al eje y), entonces, ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?



Repaso de los ejemplos anteriores

ACTIVIDAD #1: Transforme las siguientes frases a su respectivo vector de traslación.

a)Cinco unidades hacia la derecha y dos unidades hacia arriba: ____________

b)Siete unidades hacia la derecha y tres unidades hacia abajo: ____________

c)Dos unidades hacia la izquierda y dos unidades hacia arriba: ____________

d)Cinco kilómetros hacia el oeste y seis kilómetros hacia el sur: ____________

e)Cuatro unidades hacia abajo: __________

f) Caminar ocho metros al este: __________

ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios aplicando las traslaciones correspondientes.

a)Sea C la circunferencia dada por $x^2+(y-5)^2=15$. Si la circunferencia C', de centro P, se obtiene al trasladar C una unidad a la derecha (horizontalmente) y seis unidades hacia abajo (verticalmente), entonces, ¿Cuál es su representación algebraica?

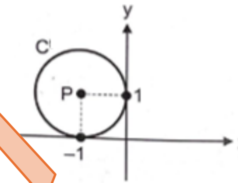
b)Traslade 5 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje X) y una unidad hacia arriba (paralelo al eje Y), el centro de una circunferencia cuya ecuación es $(x-5)^2+(y+3)^2=1$. ¿Cuál es la representación algebraica de la circunferencia trasladada?

c)Sea C la circunferencia dada por $(x+2)^2+y^2=49$. Si la circunferencia C', de centro M, se obtiene al trasladar C cuatro unidades a la derecha (horizontalmente) y siete unidades hacia arriba (verticalmente), entonces, ¿Cuál es la representación algebraica de la circunferencia trasladada?

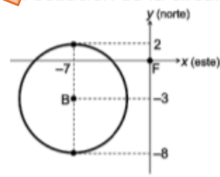
d)Traslade 7 unidades hacia la derecha (paralelo al eje X), una circunferencia con centro (0,4) y radio 6. ¿Cuál es la representación algebraica de la circunferencia trasladada?

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

e)De acuerdo con la siguiente figura, si la circunferencia C se traslada 6 unidades hacia la derecha (paralelo al eje X), ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?



f)De acuerdo con la siguiente figura, si la circunferencia de centro B se traslada 3 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje X) y 5 unidades hacia arriba (paralelo al eje Y), ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia trasladada?



ACTIVIDAD #3: Aplique traslaciones en los siguientes contextos.

a)En una mansión, una fuente que está representada por la ecuación $(x+8)^2+(y+15)^2=16$ ubicada respecto a la entrada principal (origen del sistema de coordenadas), se desea trasladar 10 metros al sur ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la fuente trasladada?

b)En un hotel una piscina para niños que tiene un radio de 3 m que se ubica 10 m al este y 30 m al sur de recepción (origen del sistema de coordenadas). Se desea trasladar 15 m al sur y 100 m al oeste junto a la otra piscina principal. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que representa la piscina trasladada?

TRABAJO COTIDIANO – Traslaciones a una circunferencia	Valoración
Aplica traslaciones a una circunferencia en diversos contextos	

EJERCICIOS ADICIONALES:

1)Si una circunferencia de centro $P(2,-3)$ y radio de longitud 5, se traslada 3 unidades hacia la izquierda (paralelo al eje x), entonces, la ecuación de la circunferencia obtenida al hacer la traslación mencionada corresponde a

A) $(x+1)^2+(y+3)^2=5$

B) $(x-1)^2+(y-3)^2=5$

C) $(x+1)^2+(y+3)^2=25$

D) $(x-1)^2+(y-3)^2=25$

2)Si a una circunferencia **c** dada por $x^2+(y-1)^2=16$, se le aplica una traslación de 2 unidades hacia arriba (paralelo al eje "y"), entonces, se obtiene una circunferencia cuyo centro corresponde al punto

A) (0,3)
B) (2,1)
C) (0,-3)
D) (-2,1)

3)Considere las siguientes proposiciones, referentes a la circunferencia **C** dada por $(x-3)^2+y^2=25$, la cual se trasladó 2 unidades hacia arriba (paralelo al eje y):

I. La longitud del radio de la circunferencia trasladada es 5.
II. El centro de la circunferencia trasladada corresponde al punto (3,2).

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

4)Sea **c** la circunferencia dada por $x^2+(y+1)^2=4$. Si **c** se traslada desplazando su centro 1 unidad a la izquierda (paralelo al eje X) luego 3 unidades hacia arriba (paralelo al eje y) entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

A) $(x+1)^2+(y-2)^2=4$

B) $(x-1)^2+(y+4)^2=4$

C) $(x+1)^2+(y+4)^2=4$

D) $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

5)Si se traslada la circunferencia dada por $x^2+(y+2)^2=8$, desplazando su centro 3 unidades hacia arriba (paralelo al eje y), entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

A) $x^2+(y-1)^2=8$

B) $x^2+(y+5)^2=8$

C) $(x-3)^2+(y-1)^2=8$

D) $(x+3)^2+(y+5)^2=8$

6)Si se traslada la circunferencia dada por $(x-2)^2+y^2=5$, desplazando su centro 2 unidades hacia la derecha (paralelo al eje x), entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

A) $x^2+y^2=5$

B) $x^2+(y-2)^2=5$

C) $(x-4)^2+y^2=5$

D) $(x-4)^2+(y-2)^2=5$

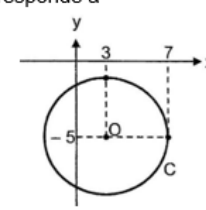
7)Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro O y la longitud de su radio es 4. Si se traslada la circunferencia desplazando su centro 6 unidades a la derecha (paralelo al eje x) y 3 unidades hacia abajo (paralelo al eje y), entonces, la ecuación de la circunferencia trasladada corresponde a

A) $(x-9)^2+(y+8)^2=16$

B) $(x-3)^2+(y+8)^2=16$

C) $(x+9)^2+(y-8)^2=16$

D) $(x-9)^2+(y+2)^2=16$



HABILIDAD:

▸*Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones.*

FÓRMULA DE LA DISTANCIA Y PUNTO MEDIO PARA RESOLVER SITUACIONES CON LA CIRCUNFERENCIA

En ocasiones es necesario aplicar la fórmula de la distancia entre dos puntos para calcular un radio o diámetro en una circunferencia.

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

Para un radio: siempre que tengamos la ubicación del centro y un punto de la circunferencia.
Para un diámetro: siempre que los datos que tengamos sea la ubicación de los extremos del diámetro.

La fórmula del punto medio de un segmento podría ser útil si necesitamos ubicar el centro de la circunferencia, teniendo los extremos del diámetro de la circunferencia.

$$PM=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Vamos a suponer que el centro C de la circunferencia está ubicado en el punto (5,4) y un punto A de la circunferencia en (2,0), entonces, ¿Cuál es la medida de su radio? ¿la medida de su diámetro? ¿tenemos información suficiente para dar su ecuación?

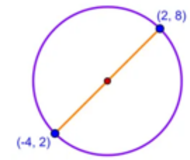
Es posible que sea útil la formula del "punto medio de un segmento".

El punto medio de un segmento representa al punto que se ubica exactamente en la mitad de los dos puntos extremos del segmento. El punto medio puede ser encontrado al dividir a la suma de las coordenadas *x* por 2 y dividir a la suma de las coordenadas y por 2.

Su fórmula es: $M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

El diámetro de una circunferencia tiene los puntos extremos $(-4,2)$ y $(2,8)$, ¿Cuál sería la ubicación del centro de la circunferencia?



Determine la ubicación del centro C de la circunferencia, si los extremos del diámetro se ubican en (3,9) y (-7,2).

Una circunferencia tiene el centro en C(-3,4) y un punto de la circunferencia está en M(-6,1), determine:
a)La medida del radio. *b)Su diámetro.* *C)Ecuación de la circunferencia.*

ACTIVIDAD #1: Resuelva los siguientes ejercicios. El objetivo es practicar con la fórmula de la distancia, ya sea para calcular radios o diámetros.

a)¿Cuánto mide el radio de una circunferencia donde el centro C(0,0) y un punto de la circunferencia está en P(2,3)?

b)¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia donde el centro C(-3,4) y un punto de la circunferencia se ubica en P(-7,0)?

c)¿Cuánto mide el radio de una circunferencia donde el centro M(2,5) y un punto de la circunferencia está en P(2,9)? Determine la ecuación de la circunferencia.

d)¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia donde el centro K(7,0) y un punto de la circunferencia se ubica en P(7,6)? Determine la ecuación de la circunferencia.

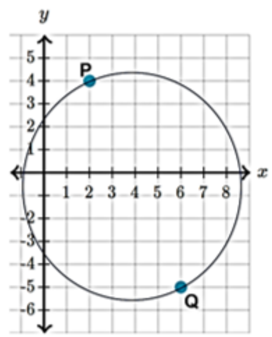
ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios. El objetivo es practicar con la fórmula del punto medio para ubicar el centro de la circunferencia.

a)Determine la ubicación del centro C de la circunferencia, si los extremos del diámetro se ubican en (5,8) y (-7,12).

b)Determine la ubicación del centro C de la circunferencia, si los extremos del diámetro se ubican en (-11,0) y (-3,10).

c)A continuación se presenta una circunferencia en el plano. Los puntos P y Q son extremos del diámetro.

¿Cuál es la ubicación del centro de la circunferencia?



¿Cuál es la medida del diámetro?

¿Cuál es la medida del radio?

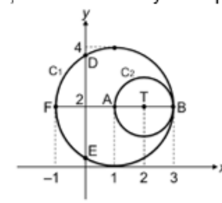
TRABAJO COTIDIANO – Circunferencia, fórmula de la distancia y puntos medio.	Valoración
Resuelve problemas relacionados con la circunferencia aplicando la fórmula de la distancia y punto medio.	

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

EJERCICIOS ADICIONALES

Considere la siguiente información para responder los ítems **1 y 2:**
La siguiente figura está conformada por dos circunferencias, **C_1** y **C_2**, las cuales coinciden en el punto **B**, con centros **A** y **T** respectivamente:

F – A – T – B



1)De acuerdo con la información anterior; considere las siguientes proposiciones:
I. La medida del diámetro de **C_2** es el doble de la medida del radio de **C_1**.

II. La medida del radio de la circunferencia que contiene los puntos **F**, **E**, **B** y **D** es 2.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

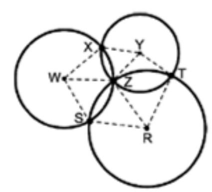
2)De acuerdo con la información anterior; considere las siguientes proposiciones:
I. La distancia entre los puntos **F** y **T** corresponde a 3

II. La medida del diámetro de **C_2** es la mitad de la medida del diámetro de **C_1**.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

3)Considere la siguiente información referida a las ciudades **W**, **X**, **Y**, **Z**, **R**, **S, T** las cuales se encuentran ubicadas en la siguiente figura.

La empresa de don Alejandro está ubicada a 9 km de la ciudad **Y**, a 10 km de la ciudad **W** y a 18 km de la ciudad **R**. ¿Cuál es la ciudad en la cual está ubicada dicha empresa?
A) X
B) Z
C) T
D) S



Puntos de partida	Y	W	R
X	9 km	10 km	
S		10 km	18 km
Z	9 km		18 km
T	9 km		18 km

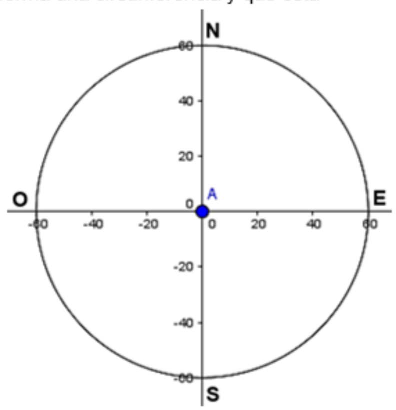
PUNTOS EN LA CIRCUNFERENCIA

HABILIDAD:

▸*Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o exterior de una circunferencia.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Cierto radar "A", detecta embarcaciones que se ubican a una distancia menor o igual a 60km (suponga que este radar, en su alcance máximo forma una circunferencia y que está centrado en el origen de un sistema de coordenadas).



a)¿Es posible que el radar detecte una embarcación "M" que se encuentra a 25km este y 42km norte?

b)¿Es posible que el radar detecte una embarcación "P" que se encuentra a 60km oeste y 45km sur?

PUNTOS EN EL INTERIOR Y EXTERIOR DE UNA CIRCUNFERENCIA

CASO 1: ANÁLISIS GRÁFICO

Se presenta una circunferencia con centro en el punto A(2,1) y radio 3. Un punto podría estar, en el **interior, exterior** o en la **frontera (sobre la circunferencia).**

¿Dónde está el punto Q(-2,4)?

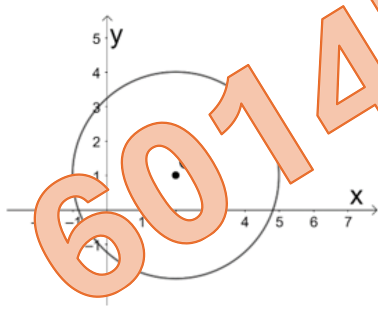
R/____________________.

¿Dónde está el punto R(4,3)?

R/____________________.

¿Dónde está el punto N(-1,1)?

R/____________________.



CASO 2: ANÁLISIS ALGEBRAICO

Dada una circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ y un punto (x,y), es posible saber si el punto está en el interior, interior o la frontera (sobre la circunferencia). Solamente debemos sustituir el punto dado (x,y) en la ecuación de la circunferencia y analizar su resultado:

a)Si $(x-h)^2+(y-k)^2>r^2$ entonces el punto está en el exterior: Si el resultado de la sustitución es **mayor** que el cuadrado del radio, entonces el punto está ubicado en el **EXTERIOR** de la circunferencia.

b)Si $(x-h)^2+(y-k)^2<r^2$ entonces el punto está en el interior: Si el resultado de la sustitución es **menor** que el cuadrado del radio, entonces el punto está ubicado en el **INTERIOR** de la circunferencia.

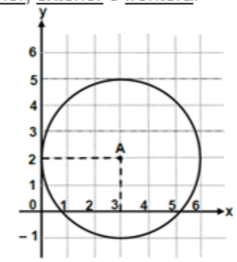
c)Si $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ entonces el punto está en la frontera: Si el resultado de la sustitución es **igual** que el cuadrado del radio, entonces el punto está ubicado en la **FRONTERA o SOBRE** la circunferencia.

ACTIVIDAD GUIADA #1: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

a)Si una circunferencia está dada por la ecuación $(x-5)^2+(y-1)^2=25$, determine si el punto K(6,8) es frontera, interior o exterior a esa circunferencia.

b)En una escuela se instaló un dispositivo que emite señal de internet (router) a casi toda la institución. El alcance máximo del router forma una circunferencia que de acuerdo con su ubicación está dado por la ecuación $(x-15)^2+(y-20)^2=10000$. La oficina de Dirección es el origen del sistema de coordenadas. El aula de Carlos se encuentra ubicada 45 m al este y 5 m al norte de dirección. ¿Se encuentra el aula de Carlos dentro o fuera de la cobertura del router?

ACTIVIDAD #1: Indique si los siguientes puntos se ubican en el interior, exterior o frontera.



a) R(6,5) ________________.
b) M(3,5) ________________.
c) T(2,0) ________________.
d) W(3,-2) ________________.
e) Z(6,2) ________________.
f) H(4,4) ________________.
g) B(6,0) ________________.

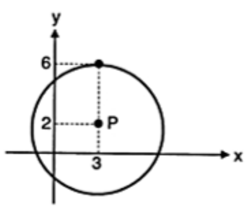
ACTIVIDAD #2: Resuelva al detalle los siguientes ejercicios.

a) ¿El punto H(-4,7) está en el interior, exterior o frontera respecto a la circunferencia dada por $(x+1)^2+(y-2)^2=121$?

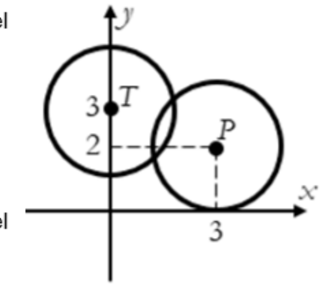
b) ¿El punto A(0,-3) está en el interior, exterior o frontera respecto a la circunferencia donde su centro está en (-3,2) y su radio es 10?

c) ¿El punto M(2,4) está en el interior, exterior o frontera respecto a la circunferencia dada por $(x+6)^2+(y-1)^2=73$?

d) Se presenta la siguiente situación en un sistema de coordenadas cuyas unidades están en kilómetros. Si instala una antena en el punto P, cuya ubicación está dada por el punto (3,2) y tiene una señal con un alcance máximo de 4 kilómetros. La casa de Brenda está ubicada 7 km al este y 5 km al norte en el mismo sistema de coordenadas, ¿recibe Brenda la señal de la antena?



e)**La siguiente figura representa dos barcos T y P. La circunferencia representa el alcance del radar de cada barco, que en ambos es de 2 km.**



e.1)¿Cuál es la ecuación que representa el barco T y el alcance de su radar?

e.2)¿Cuál es la ecuación que representa el barco P y el alcance de su radar?

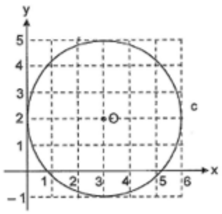
e.3)¿Un objeto ubicado 3km al este y 3km al norte se ubica dentro o fuera del alcance del radar del barco P?

e.4) ¿Un objeto ubicado 1km al oeste y 6km al norte se ubica dentro o fuera del alcance del radar del barco T?

TRABAJO COTIDIANO – Puntos interiores y exteriores en una circunferencia	**Valoración**
Determina gráficamente si un punto se ubica en el interior o exterior de una circunferencia.	
Determina algebraicamente si un punto se ubica en el interior o exterior de una circunferencia.	

EJERCICIOS ADICIONALES:

1)De acuerdo con la siguiente figura, donde **O** es el centro de la circunferencia.



Considere las siguientes proposiciones:

I. P(0,3) es un punto ubicado en el exterior de la circunferencia.
II. R(5,2) es un punto ubicado en el interior de la circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

2)Considere las siguientes proposiciones sobre la circunferencia dada por $(x+1)^2+(y-3)^2=10$:

I. (0,4) es un punto interior a la circunferencia.
II. (1,0) es un punto exterior a la circunferencia.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

3)Considere las siguientes proposiciones
I. (0,3) es un punto ubicado en el interior a la circunferencia $x^2+y^2=8$.
II. (1,0) es un punto exterior a la circunferencia $(x+1)^2+(y+1)^2=4$.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

HABILIDADES:

▸*Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia.*

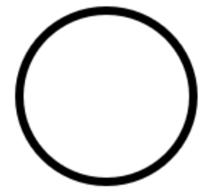
▸*Representar gráfica y algebraicamente rectas secantes, tangentes y exteriores a una circunferencia.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

La siguiente circunferencia representa una fuente en un parque. Ana se encuentra en el punto A y se trasladará en línea recta a uno de los puntos B, C o D

A

D.



B.

C.

¿Cuántas veces la fuente sería un obstáculo al trasladarse desde el punto A al punto B?

¿Cuántas veces la fuente sería un obstáculo al trasladarse desde el punto A al punto C?

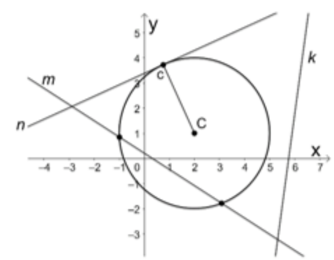
¿Cuántas veces la fuente sería un obstáculo al trasladarse desde el punto A al punto D?

RECTAS SECANTES, TANGENTES Y EXTERIORES A LA CIRCUNFERENCIA

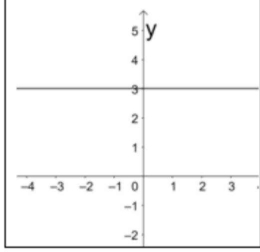
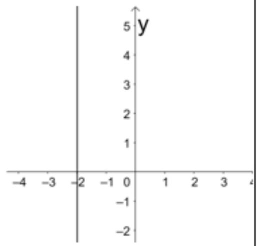
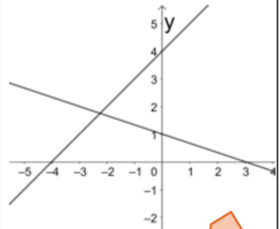
RECTA SECANTE: es la recta que inteseca **dos puntos** de la circunferencia. Por ejemplo la recta "m".

RECTA TANGENTE: es la recta que interseca **un punto** de la circunferencia. Por ejemplo la recta "n".

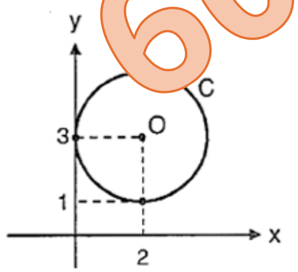
RECTA EXTERIOR: es la recta que **no interseca** algún punto de la circunferencia. Por ejemplo la recta "k".



En este tema trabajaremos con rectas en variedad de inclinaciones:

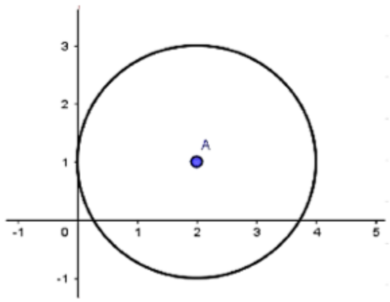
Rectas horizontales: $y = b$	**Rectas verticales:** $x = a$	**Rectas crecientes o decrecientes:** $y = mx + b$ **siempre que "m" sea positivo**
		

ACTIVIDAD #1: EJEMPLO
Determine si cada una de las rectas es secante, tangente o exterior a la circunferencia de centro O. Se recomienda trazar las rectas.



a) $y = 1$ ____________________.
b) $y = 0$ ____________________.
c) $x = 3$ ____________________.
d) $x = 6$ ____________________.
e) $y = x$ ____________________.
f) $y = -x$ ____________________.

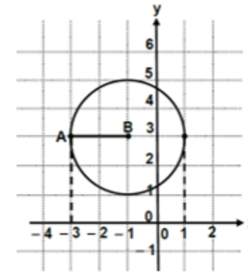
ACTIVIDAD #2: EJEMPLO.
Determine si cada una de las rectas es secante, tangente o exterior a la circunferencia de centro A. Se recomienda trazar las rectas.



a) $y = 2$ ________________.
b) $y = 4$ ________________.
c) $y = -1$ ________________.
d) $x = 2$ ________________.
e) $x = 0$ ________________.
f) $x = 5$ ________________.

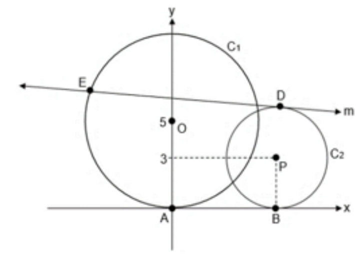
GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

ACTIVIDAD #3
Determine si cada una de las rectas es secante, tangente o exterior a la circunferencia de centro O. Se recomienda trazar las rectas.



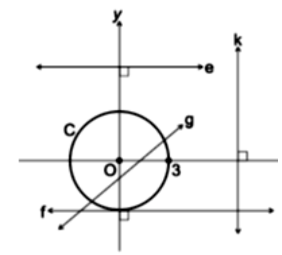
a) [illegible] 6 ____________________.
b) $y = 2$ ____________________.
c) $x = 1$ ____________________.
d) [illegible] $= -$[illegible] ____________________.
e) [illegible] $= -x$ ____________________.
f) $y = 0$ ____________________.

ACTIVIDAD #4
Anote para cada situación, si la recta "m" o el eje respectivo es **tangente, secante o exterior** a las circunferencias C_1 o C_2.



La recta "m" respecto a C_1 ____________________.
La recta "m" respecto a C_2 ____________________.
El eje Y respecto a C_1 ____________________.
El eje X respecto a C_1 ____________________.
El eje Y respecto a C_2 ____________________.
El eje X respecto a C_2 ____________________.

ACTIVIDAD #5
Anote para cada situación si la relación entre las rectas y la circunferencia es **tangente, secante o exterior.**



La recta "e" respecto a la circunferencia C ______________.
La recta "g" respecto a la circunferencia C ______________.
La recta "f" respecto a la circunferencia C ______________.
El eje Y respecto a la circunferencia C ______________.
El eje X respecto a la circunferencia C ______________.

TRABAJO COTIDIANO – Rectas en la Circunferencia	**Valoración**
Determina si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia representada en el plano cartesiano.	

USANDO EL ÁLGEBRA PARA DETERMINAR LA POSICIÓN DE LA RECTA EN LA CIRCUNFERENCIA

Dada la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ es posible saber si la recta $y=mx+b$ es secante, tangente o exterior a esa circunferencia.

a) Se debe sustituir la recta $y=mx+b$ en la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, desarrollarla y reducirla, hasta llegar a una expresión de la forma $ax^2+bx+c=0$

b) Se calcula el discriminante $\Delta=b^2-4ac$ y de acuerdo con sus resultados, se concluye:

Si $\Delta<0$, la recta es exterior a la circunferencia.
Si $\Delta>0$, la recta es secante a la circunferencia.
Si $\Delta=0$, la recta es tangente a la circunferencia.

ACTIVIDAD #1: Resuelva los siguientes ejercicios con la guía del docente.

a)Determine si la recta $y=-3$ es secante, tangente o exterior a la circunferencia cuya ecuación es $(x-1)^2+y^2=9$.

b)Determine si la recta $y=2x+3$ es secante, tangente o exterior a la circunferencia cuya ecuación es $x^2+(y-7)=25$.

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

ACTIVIDAD#2: Indique para cada caso, si la recta indicada es **EXTERIOR, SECANTE O TANGENTE** a la circunferencia de la forma $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

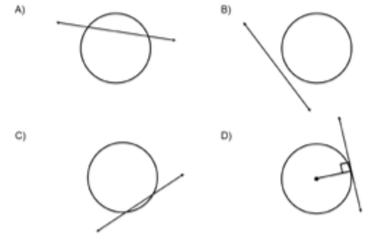
a) La circunferencia $x^2+y^2=10$ y la recta $y=2$	b) La circunferencia $x^2+y^2=5$ y la recta $y=3$
c) La circunferencia $x^2+y^2=16$ y la recta $y=4$	d) La circunferencia $x^2+y^2=25$ y la recta $x=2$

e) La circunferencia $(x-2)^2 + y^2 = 25$ y la recta $x = 3$	f) La circunferencia $x^2 + (y-2)^2 = 13$ y la recta $y = 4$

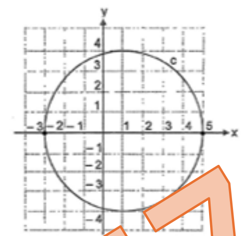
TRABAJO COTIDIANO – Rectas en la Circunferencia	Valoración
Determina si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia representada algebraicamente.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)De las siguientes representaciones gráficas, ¿cuál corresponde a una recta tangente a una circunferencia?



Para responder los items 2 y 3 considere la siguiente información



2)Con base en la siguiente información dada considere las siguientes proposiciones:
I. y = 3 es una recta secante a c.

II. x = – 3 es una recta tangente a c.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna

C) Solo la I D) Solo la II

3)Con base en la siguiente información dada considere las siguientes proposiciones:

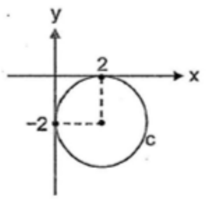
I. x = 4 es una recta exterior a c.

II. y = 5 es una recta tangente a c.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas B) Ninguna

C) Solo la I D) Solo la II

Para responder los items **4 y 5** considere la siguiente representación gráfica de la circunferencia "**c**" cuyo centro es (2,-2) y la longitud de su radio es 2:



4)¿Cuál es de las siguientes rectas es tangente a "**c**"?
A) y = 1
B) y = 2
C) y = -3
D) y = -4

5)Considere las siguientes proposiciones:

I. La recta x = 4 es secante a **c**.
II. La recta y = -x es exterior a **c**.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

6)Una recta secante a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 2$ corresponde a
A) y = 1
B) y = 3
C) y = -2
D) x = -3

7)Una recta exterior a la circunferencia dada por $(x-3)^2 + ($[illegible]$5)^2 =$ [illegible] corresponde a
A) y = 7
B) x = 1
C) y = 0
D) x = 3

HABILIDADES:

▸*Analizar geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad.*

▸*Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia.*

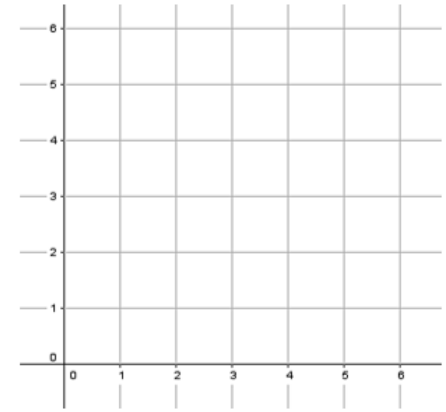
PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

ACTIVIDAD DE INICIO:

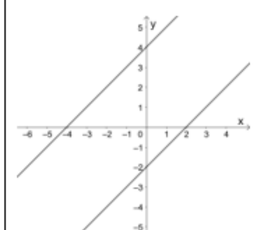
A)Trace la recta "ℓ" que pasa por los puntos (3,0) y (5,4).
B)Trace la recta "n" que pasa por los puntos (0,1) y (2,5).
C)Trace la recta "k" que pasa por los puntos (0,2) y (2,1).

d)¿Qué relación existe entre las rectas "ℓ" y "n"?

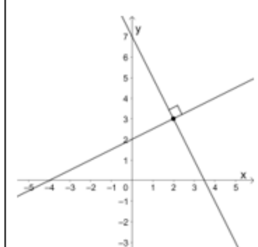
e)¿Qué relación existe entre las rectas "k" y "n



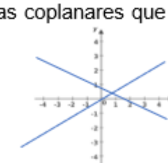
Rectas paralelas: dos o más rectas coplanares que no se intersecan, es decir, no tienen puntos en común.



Rectas perpendiculares: dos rectas coplanares que se intersecan en un punto formando ángulos rectos.

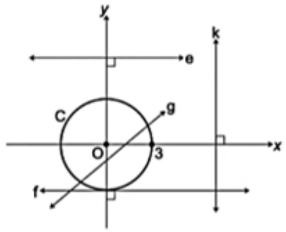


Rectas Oblicuas: Son dos rectas coplanares que se cruzan en algún punto formando ángulos que NO son de 90º.



ACTIVIDAD #1: A continuación tenemos una circunferencia de centro O en el plano, además de las rectas "e", "g", "f" y "k". Indique la relación existente ya sea de paralelismo, perpendicularidad o ninguna (oblicuas).

RECTAS	Relación existente
Recta **"e"** y recta **"f"**	
Recta **"e"** y recta **"k"**	
Recta **"k"** y recta **"g"**	
Recta **"e"** y **eje x**.	
Recta **"e"** y **eje y**.	
Recta **"g"** y recta **"f"**	



Una recta en el plano se representa de la forma y = mx + b. Si tenemos al menos dos puntos de esa recta $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ es posible saber su pendiente mediante la fórmula $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

Por lo tanto, si tenemos información de 2 rectas:

Si al calcular la pendiente de cada recta sucede que ambas son iguales entonces las rectas son **PARALELAS.**

$m_1 = m_2$

Si al calcular la pendiente de cada recta y el multiplicar ambas, el resultado es -1, entonces las rectas son **PERPENDICULARES.**

$m_1 \cdot m_2 = -1$

ACTIVIDAD #2: Con la guía del docente, analice las siguientes rectas e indique entre quienes existe paralelismo o perpendicularidad.

$y_1 = -5x - 7$ $\quad$ $y_2 = 3x - 7$ $\quad$ $y_3 = \frac{x}{5} + 7$ $\quad$ $y_4 = \frac{3x}{[illegible]} + [illegible]$

$y_5 = \frac{-5x}{3} - 8$ $\quad$ $y_6 = 5 + \frac{3x}{5}$ $\quad$ $y_7 = 3x$ $\quad$ $y_8 =$ [illegible]

Anote algunas conclusiones:

1)Las rectas ____ y ____ son entre sí ________________.

2)Las rectas ____ y ____ son entre sí ________________.

3)Las rectas ____ y ____ son entre sí ________________.

4)Las rectas ____ y ____ son entre sí ________________.

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

ACTIVIDAD #3: De acuerdo con la siguiente figura, indique si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

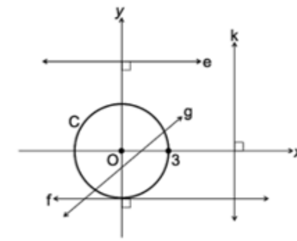
a) La recta **e** es paralela con la recta **f** ( )

b) La recta **g** es perpendicular con la recta **f** ( )

c) El eje "**x**" es perpendicular con la recta **k** ( )

d) El eje "**y**" es paralelo con la recta **k** ( )

f) La recta **e** es paralela con la recta **k** ( )



ACTIVIDAD #4: De acuerdo con la siguiente figura, indique si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

a) La recta **m** es paralela con el eje "**x**" ( )

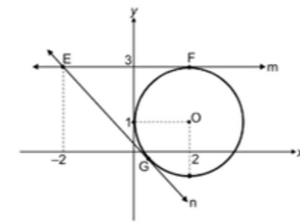
b) La recta **n** <u>no</u> es perpendicular con la recta **m** ( )

c) El eje "**x**" es perpendicular el radio $\overline{FO}$ ( )

d) El radio $\overline{GO}$ es paralelo con la recta **n** ( )

f) La recta **m** es paralela con el eje "x" ( )

g) El recta **m** es perpendicular con el eje "y" ( )



ACTIVIDAD #5: Analice las siguientes rectas e indique si las proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F).

$y_1 = \frac{-4x}{3} + 7$ $\quad$ $y_2 = \frac{-3x}{4} + 2$ $\quad$ $y_3 = \frac{-3x}{4} - 10$ $\quad$ $y_4 = \frac{4x}{3} - 8$

a)La recta $\mathbf{y_1}$ es paralela con la recta $\mathbf{y_2}$ ( )

b)La recta $\mathbf{y_3}$ es perpendicular con la recta $\mathbf{y_4}$ ( )

c)La recta $\mathbf{y_2}$ es paralela con la recta $\mathbf{y_3}$ ( )

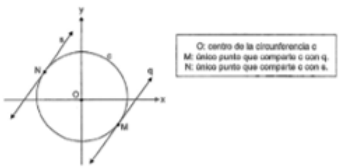
d)La recta $\mathbf{y_2}$ es perpendicular con la recta $\mathbf{y_4}$ ( )

e)La recta $\mathbf{y_1}$ es paralela con la recta $\mathbf{y_4}$ ( )

TRABAJO COTIDIANO – Paralelismo y Perpendicularidad	Valoración
Analiza geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Considere la siguiente información:



Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

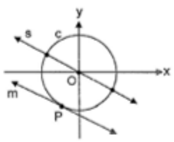
I. Con certeza, $\overline{ON}$ es perpendicular a la recta "s".

II. Si $\overline{MN}$ es un diámetro de "c", entonces, "s" y "q" son rectas paralelas entre sí.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas B) Ninguna C) Solo la I D) Solo la II

2)Considere la siguiente representación gráfica:



P: punto tangencial de c con m

O: centro de la circunferencia c

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

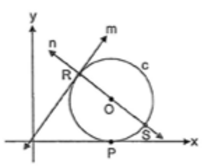
I. Con certeza, $\overline{OP}$ es perpendicular a la recta "s".

II. Con certeza, $\overline{OP}$ es perpendicular a la recta "m".

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas B) Ninguna C) Solo la I D) Solo la II

3)Considere la siguiente gráfica donde R es el punto tangencial de la recta "m" con la circunferencia "c" de centro O, además $\overline{RS}$ es un diámetro de "c":



Considere las siguientes proposiciones:

I. Con certeza, la recta "n" es perpendicular con "m".

II. Con certeza, la recta tangente a "c" y que contiene al punto S, es paralela a "m".

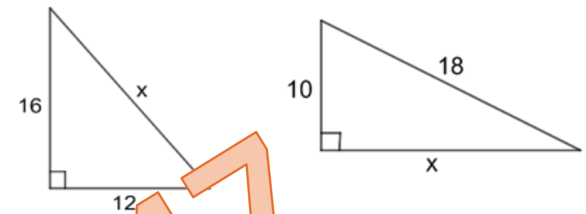
De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas B) Ninguna C) Solo la I D) Solo la II

RECTA TANGENTE Y RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA

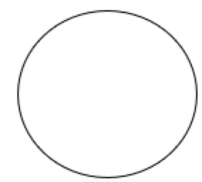
Es un buen momento para repasar ejercicios donde se calculan medidas de lados en triángulos rectángulos.

TEOREMA DE PITÁGORAS: Cuando en el triángulo rectángulo, tenemos dos de las tres medidas de sus lados.



OTROS EJEMPLOS

¿Qué relación existe entre el radio de una circunferencia y una recta tangente pasando por el extremo del radio?



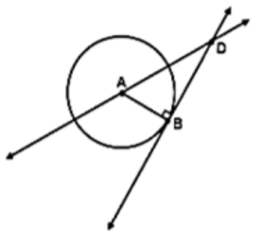
*Trace una recta tangente.
*Trace un radio desde el punto de tangencia
*¿Qué medida en grados posee el ángulo formado en el punto de tangencia?

PROPIEDAD

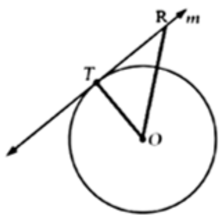
Una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de esta en el punto de tangencia

ACTIVIDAD #1: Con el apoyo del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

a)Si $\overleftrightarrow{DB}$ es tangente a la circunferencia de centro A en el punto B. Si AB = 5 y $DB = 7$, calcule la medida de $\overline{AD}$.

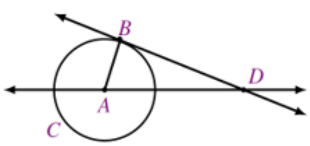


b)La recta "m" es tangente en T a la circunferencia de centro O. Si OR = 14 y $TR = 10$, calcule la medida del diámetro de la circunferencia de centro O.

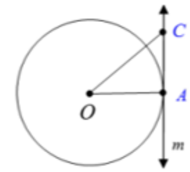


ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios.

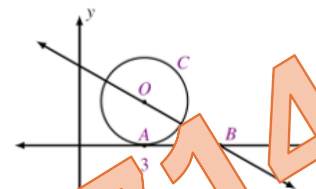
1)Considere la siguiente figura, referida a una circunferencia de centro A, donde B es el único punto que comparte $\overline{BD}$ con la circunferencia C. Si el radio de la circunferencia mide 6 y BD mide 13, calcule la distancia aproximada que existe desde A hasta D.



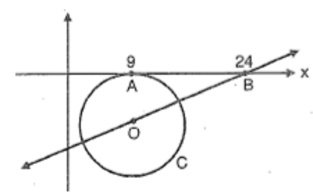
2)En la siguiente figura, la recta "m" es tangente a la circunferencia en A. Si OA=15 y CO = 21, ¿Cuánto mide aproximadamente CA?



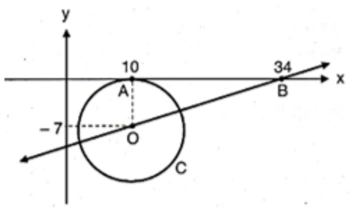
3)Considere la siguiente figura, donde el eje X es tangente en A a la circunferencia C de centro O, si OB = 17, ¿Cuál es la medida del radio de esa circunferencia?



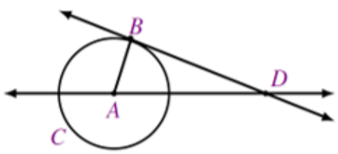
4)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A a la circunferencia C de centro O: De acuerdo con la información anterior, si OB = 20, entonces, ¿Cuál es la medida del diámetro de esa circunferencia?



5)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el “eje x” es tangente en A con la circunferencia C de centro O. De acuerdo con la información anterior, ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia de centro O?¿Cuál es la medida de $\overline{OB}$?



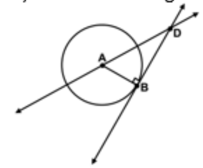
6)Considere la siguiente figura, referida a una circunferencia de centro A, donde B es el único punto que comparte $\overline{BD}$ con la circunferencia C. Si $BD = 20$ y $AD = 24$, ¿Cuál es la medida aproximada del radio de la circunferencia C?



TRABAJO COTIDIANO – Recta Tangente y Radio	Valoración
Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia para calcular alguna medida particular.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia de centro A:

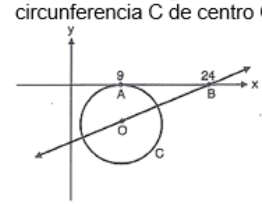


“B” es el único punto que comparte $\overline{BD}$ con la circunferencia. Además, tome AD = x.

De acuerdo con la información anterior, si AB = 8 y BD = 15 entonces la distancia de A hasta D corresponde a

A) 7
B) 12
C) 17
D) 23

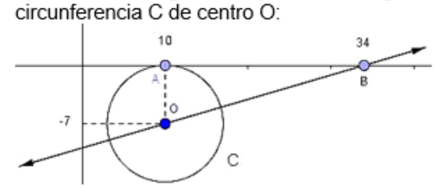
2)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el "eje x" es tangente en A a la circunferencia C de centro O:



De acuerdo con la información anterior, si $OB = 17$, entonces, ¿cuál es la medida del radio de esa circunferencia?

A) 4
B) 8
C) 16
D) 23

3)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual el “eje x” es tangente en A a la circunferencia C de centro O:

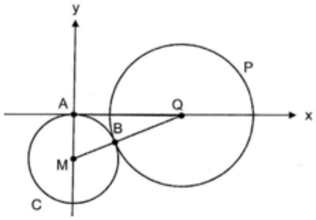


De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la medida de $\overline{OB}$?

A) 7
B) 12,5
C) 23
D) 25

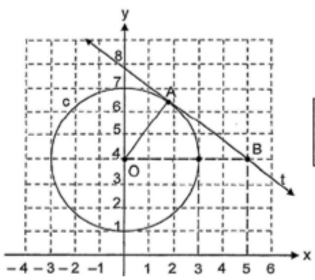
4)Considere la siguiente representación gráfica, en la cual la circunferencia C de centro M y la circunferencia P de centro Q son tangentes en el punto B, y el eje "x" es tangente a C en el punto A. Además AQ = 84 y MQ = 91.

M – B – Q



¿Cuál es la medida del radio de la circunferencia C de centro M?
A) 7
B) 35
C) 70
D) 175

5)Considere la siguiente representación gráfica:



O: centro de c
A: punto de tangencia de "t" con c

¿Cuál es la medida de $\overline{AB}$?
A) 3,0
B) 3,5
C) 4,0
D) 4,5

HABILIDAD:
▸*Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos*

INTRODUCCIÓN:
Si mira a su alrededor, es seguro que podrá ubicar un polígono, y con mucha suerte un polígono regular. Estas formas, definidas por tener todos sus lados y ángulos iguales, no solo son estéticamente atractivas, sino que también desempeñan un papel crucial en los fundamentos matemáticos y en aplicaciones prácticas en diversas áreas como la arquitectura, el diseño y la ingeniería. En el siguiente vídeo puede observar unos ejemplos de polígonos regulares en nuestro entorno.

POLÍGONOS REGULARES

Se le llama ***polígono*** a la figura geométrica *plana y cerrada*, formada por la unión de varios segmentos que se intersecan solamente en sus extremos.

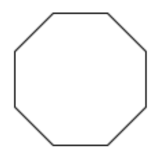
Primero, se van a estudiar los polígonos regulares, que es aquella figura plana cuyos lados y ángulos son congruentes (tienen la misma medida).

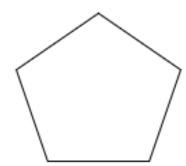
ALGUNOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS MÁS COMUNES

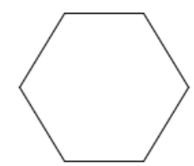
N° Lados	*NOMBRE*	*N° Lados*	*NOMBRE*
3		10	
4		11	
5		12	
6		13	
7		14	
8		15	
9		20	

¿QUÉ ES UN POLÍGONO REGULAR?

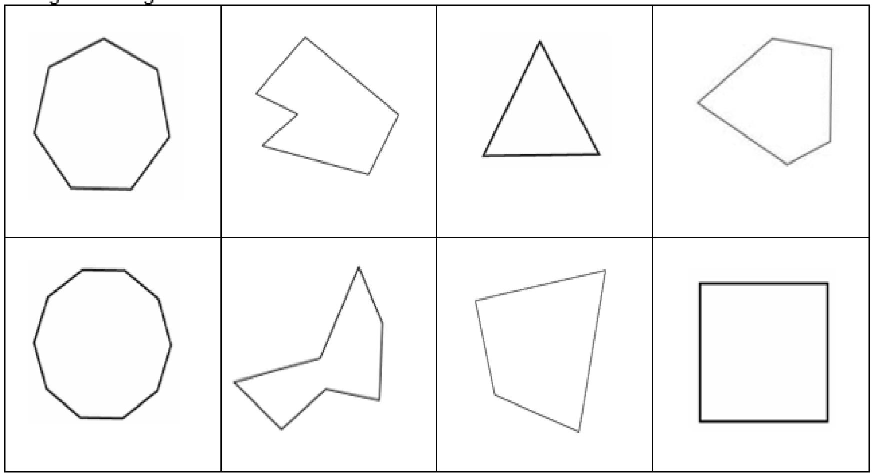
Un polígono es regular si a la vez es equilátero y equiángulo, o sea, lados y ángulos congruentes (tienen la misma medida).


Octágono regular


Pentágono regular

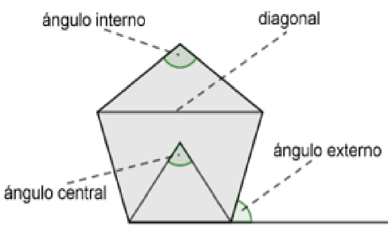

Hexágono regular

Actividad 1: Escriba el nombre de cada uno de los siguientes polígonos además escriba si es regular o irregular.



ÁNGULOS Y DIAGONALES DE LOS POLÍGONOS REGULARES

En el siguiente polígono regular se identifican los ángulos y la diagonal:



Ángulo central de un polígono regular: es el ángulo formado por dos radios a los que pertenecen dos vértices consecutivos. En un polígono regular, el ángulo central c se obtiene dividiendo 360° entre el número de lados "n" del polígono, se usa la fórmula: $m\measuredangle c = \frac{360^\circ}{n}$.

Ángulo interno de un polígono regular: es el ángulo formado por dos lados consecutivos. La fórmula para averiguar la medida de cada ángulo interno corresponde a: $m\measuredangle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$.

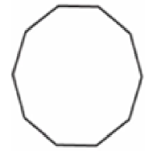
Ángulo externo de un polígono regular: es el ángulo formado por un lado y la prolongación de otro lado consecutivo. La fórmula para averiguar la medida de cada ángulo externo "e" corresponde a: $m\measuredangle e = \frac{360^\circ}{n}$.

Suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular: la fórmula para averiguar la suma de las medidas de los ángulos internos de cualquier polígono regular es: $Sm\measuredangle i = 180^\circ(n-2)$

Diagonales en un polígono regular: corresponden a los segmentos que resultan de unir dos vértices no consecutivos.

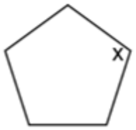
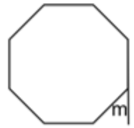
- Número total de diagonales de un polígono regular: $D = \frac{n(n-3)}{2}$
- Número de diagonales desde un mismo vértice en un polígono regular: $d = n - 3$

ACTIVIDAD #1: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.
1)Determine las medidas del *ángulo interno, externo, central, suma de los ángulos internos, total de diagonales y diagonales desde un vértice*, del siguiente polígono regular.



ACTIVIDAD #2: Calcule lo que se solicita en cada caso.

a)Determine la medida del ángulo central de un pentágono.	b)Determine la medida de la suma de los ángulos internos en un cuadrado.
c)Determine la medida de un ángulo interno de un hexágono.	d)Determine la medida del ángulo central de un octágono.
e)Determine la medida de cada ángulo externo en un nonágono.	f)Determine la medida de un ángulo interno de un triángulo equilátero
g)Determine la medida de la suma de los ángulos internos en un decágono.	h)Determine la cantidad de diagonales que se pueden trazar desde un vértice en un dodecágono

i)¿Cuál es la medida del ángulo "x"? 	j)¿Cuál es la medida del ángulo "m"? 
k)¿Cuál es la medida de cada ángulo interno de una pieza de cerámica hexagonal regular usado para decorar un baño? 	j)¿Cuál es el total de diagonales que se pueden trazar en un reloj de pared cuya forma es un dodecágono regular? 

ACTIVIDAD #3: *La siguiente actividad consiste en practicar los despejes de las 6 fórmulas vistas anteriormente, tanto de ángulos como diagonales. En el siguiente **vídeo** encontrará un breve repaso de las fórmulas y la resolución de los **6 ejercicios** aplicando dos alternativas. El despeje tradicional y usando la calculadora CASIO Classwiz.*

A continuación, los ejercicios:

a)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de su ángulo central es de 60º?

b)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de un ángulo interno es de 135º?

c)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de su ángulo central es de 40º?

d)¿Cuál es el polígono regular donde la medida de la suma de los ángulos internos es de 2340º?

e)¿Cuál es el polígono regular donde se pueden trazar 8 diagonales desde un vértice?

f)¿Cuál es el polígono regular donde se pueden trazar en total 14 diagonales?

ACTIVIDAD #4: *Resuelva los siguientes problemas basado en la información de ángulos o diagonales de ciertos polígonos regulares.*

a)Un juego en el parque de diversiones tiene en su base, la forma de un polígono regular donde su ángulo central mide 45º. ¿Cuál es ese polígono regular?

b)Una mesita colocada en el centro de una sala, en su base superior tiene forma de polígono regular donde cada uno de sus ángulos internos mide 1260º. ¿Cuál es ese polígono regular?

c)Una señal de tránsito está pintada sobre una lámina con forma de polígono regular donde la suma de sus ángulos internos es de 1080º, ¿Cuál es el polígono regular utilizado?

d)En la casa de mi tío hay una moneda antigua que tiene forma de polígono regular, donde desde uno de sus vértices se pueden trazar 7 diagonales. ¿qué forma tiene esa moneda?

TRABAJO COTIDIANO – Ángulos y Diagonales de Polígonos Regulares	Valoración
Utiliza la medida de ángulos y diagonales de polígonos regulares para resolver ejercicios en distintos contextos.	

HABILIDAD:
▸*Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos.*
▸*Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos.*

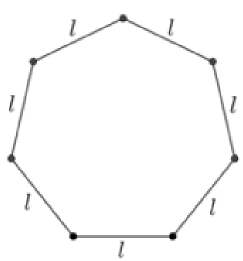
ACTIVIDAD DE INICIO:
Considere la siguiente información:
Se quiere cercar con alambre de púas un terreno, el cual tiene forma de cuadrado y la medida de su lado es 50 m. Además, un rollo de alambre de púas de 160m cuesta ₡7500 (el alambre solo se vende por rollos).

1) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno?
A) 200
B) 3500
C) 2500
D) 8000

2) Si se desea cercar todo el terreno con 5 hilos de alambre, entonces, ¿Cuánto dinero, en colones, se debe invertir como mínimo en la compra de los rollos de alambre?
A) 37 500
B) 52 500
C) 45 000
D) 60 000

PERÍMETRO DE UN POLÍGONO REGULAR

Corresponde a la suma de las medidas de los lados del polígono regular.



En la figura, el polígono posee 7 lados:
$P = \ell+\ell+\ell+\ell+\ell+\ell+\ell = 7\ell$

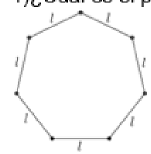
En general, para un polígono regular de "n" lados:
$P = \ell+\ell+\ell+\ell+\ldots+\ell = n\cdot\ell$

Es decir, el perímetro se puede obtener multiplicando el número de lados del polígono por la medida del lado.

$$P = n \bullet \ell$$

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

1)¿Cuál es el perímetro del siguiente polígono regular si cada lado mide 14cm?



2)Si el perímetro de un dodecágono regular es de 162cm, ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

3)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 6, donde la medida de cada ángulo externo mide 45º

4)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 14 donde la medida de cada ángulo interno mide [illegible]0º?

5)Si en un polígono se pueden trazar 10 diagonales desde un vértice, ¿Cuál es su perímetro si cada lado mide 11?

ACTIVIDAD #1: Resuelva lo que se solicita en cada caso.

1)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 3 si cada ángulo central mide 40º?

2)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 8,5 si cada ángulo externo mide 120º?

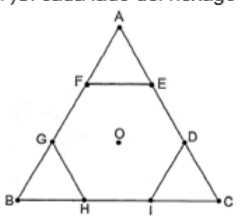
3)Si un polígono regular de lado 6, la suma de sus ángulos internos es de 720º, ¿Cuál es su perímetro?

4)¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de lado 2 si cada ángulo interno mide 150º?

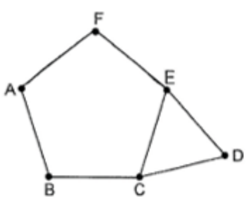
5)Si un polígono regular de lado 20, se le pueden trazar 4 diagonales desde un vértice, ¿Cuál es su perímetro?

6)Si un polígono regular de lado 15, se le pueden trazar 35 diagonales en total, ¿Cuál es su perímetro?

7)Si cada lado del hexágono HIDEFG mide 3cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo ABC?



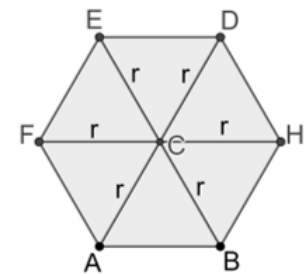
8)Si el perímetro del triángulo ECD es de 27cm, ¿Cuál es el perímetro del pentágono AFECD?



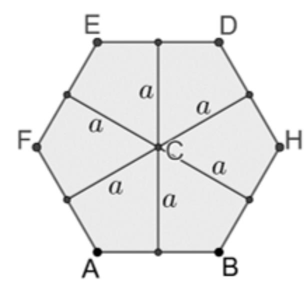
ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

Para poder calcular las áreas (y también algunos perímetros) de polígonos regulares, debemos conocer otras medidas importantes, como lo son: **la apotema y el radio**. Muchas situaciones requieren de usar estas medidas ya que no siempre tendremos de entrada la medida de su lado.

RADIO DE UN POLÍGONO:
Es el segmento trazado desde el centro del polígono a cualquiera de sus vértices.



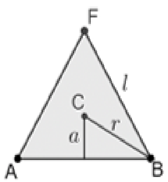
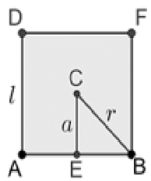
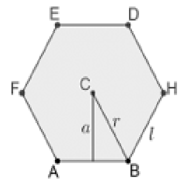
APOTEMA DE UN POLÍGONO:
Corresponde al segmento que une el centro del polígono y el punto medio cualquiera de sus lados. Las apotemas son perpendiculares a sus respectivos lados.



Características:

La apotema es perpendicular al lado.
Biseca al lado y al ángulo central

FÓRMULAS IMPORTANTES

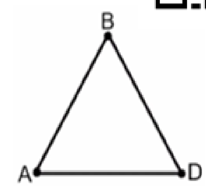
TRIÁNGULO EQUILÁTERO	CUADRADO	HEXÁGONO REGULAR
 *En todo triángulo regular (equilátero) se cumple que la apotema mitad que la medida de su radio.* $a=\frac{r}{2}$ *La medida de su apotema es la tercera parte de su altura.* $a=\frac{h}{3}$ *Si tenemos el lado, su altura se puede calcular con la fórmula:* $h=\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$	 *En todo cuadrado, la medida del lado equivale a dos apotemas.* $\ell = 2a$ *Si tenemos la medida de la diagonal del cuadrado, esta fórmula nos ayuda a calcular su lado.* $\ell=\frac{d\sqrt{2}}{2}$	 *En todo hexágono regular se cumple que la medida de lado es igual que la medida de su radio.* $r=\ell$ *En todo hexágono regular se cumple que la medida de la apotema es igual a la mitad del lado o radio multiplicada por raíz cuadrada de tres.* $a=\frac{l\sqrt{3}}{2}$ $a=\frac{r\sqrt{3}}{2}$

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

ACTIVIDAD #1: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios.

1)Para el siguiente triángulo equilátero ABD:

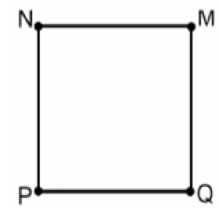
A)Si el es perímetro 12, determine la medida de su altura.



B)Si su apotema mide 18, ¿Cuánto mide su altura?

2)Para el cuadrado NMQR de perímetro 28:

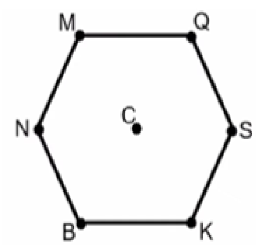
a)Determine la medida de su apotema.



b)Calcule la medida de NQ.

3)Para el hexágono MQSKBN, si CK = 8:

a)¿Cuál es la medida de su apotema?



b)¿Cuál es el perímetro del hexágono?

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

Corresponde a la medida numérica de la superficie que encierra el polígono regular.

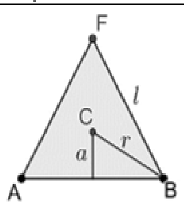
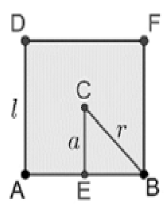
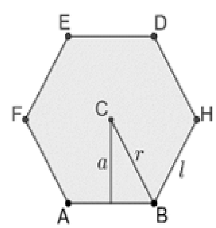
El área se puede obtener multiplicando el perímetro del polígono por la apotema y dividirlo por 2, y es una fórmula que se puede aplicar en cualquier polígono regular.

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

Procedimiento opcional: Para calcular el área de cualquier polígono regular es necesario conocer las medidas del **lado y la apotema**. Si alguna de estas medidas no las tenemos a mano, podemos **usar Ley de Senos** para calcular lo que nos haga falta. En este código QR se repasa la Ley de Senos:

FÓRMULAS DEL ÁREA PARA TRIÁNGULO, CUADRADO Y HEXÁGONO

La fórmula $A = \frac{P \cdot a}{2}$ se puede usar en cualquier polígono regular, pero si el problema involucra un triángulo equilátero, cuadrado o hexágono regular, se recomienda el uso de las siguientes fórmulas, ya que únicamente necesitan de la medida de su lado para aplicarse.

TRIÁNGULO EQUILÁTERO	CUADRADO	HEXÁGONO REGULAR
		
El área de todo triángulo equilátero de lado "l" está dada por: $A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$	El área de todo cuadrado de lado "l" está dada por: $A = \ell^2$	El área de todo hexágono regular de lado "l" está dada por: $A = \frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}$
En todo triángulo regular, un radio equivale a dos apotemas $r = 2a$	*En todo cuadrado, cada lado equivale a dos apotemas* $\ell = 2a$	*En todo hexágono regular, la medida de su radio es igual a la de su lado* $\ell = r$

ACTIVIDAD #2: Con la guía del docente, resuelva los siguientes ejercicios usando las fórmulas recientemente recomendadas.

a)Calcule el área de un triángulo equilátero de lado 8.

b)Calcule el área de un cuadrado de apotema 4.

SOLO EJEMPLOS A,B,C

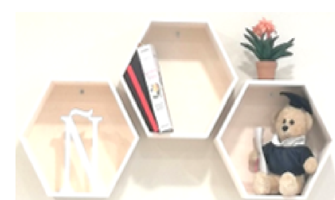
c)Calcule el área de un hexágono regular de radio 8.

d)Calcule el área de un hexágono regular cuya apotema mide $4\sqrt{3}$.

e)Calcule el área y perímetro de un cuadrado cuya diagonal mide $7\sqrt{2}$.

f)Calcule el área en centímetros cuadrados de adorno que tiene forma de un triángulo regular cuya altura mide $12\sqrt{3}$ cm.

g)Carlos compro tres estantes aéreos congruentes que tienen forma de **hexágono regular**. Si el radio de uno de ellos es de 20 cm, ¿Cuál es el área total en cm que ocupa en la pared los tres estantes aéreos?



ACTIVIDAD #3: Resuelva los siguientes ejercicios de manera clara y ordenada.

a)Calcule la medida del radio del hexágono, si el lado mide 15cm.

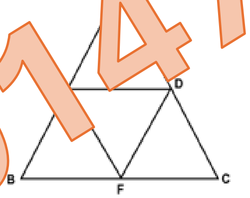
b)Calcule la medida del lado del cuadrado si su apotema mide 9cm.

c)Determine el **área** y **perímetro** de un **hexágono** regular cuya apotema mide $8\sqrt{3}$.

d)Determine el **área y perímetro** de un triángulo equilátero cuya altura mide $5\sqrt{3}$

e)La apotema de un azulejo cuadrado mide 10 centímetros. SI se necesitan 12 azulejos para cubrir cierta zona de la cocina, ¿Cuál es el **área** en centímetros cuadrados que será cubierta?

f)Considere la siguiente figura, en la que se representa el **triángulo** ABC (formado por cuatro triángulos equiláteros) donde DE = 12 cm. Determine el **área y perímetro** del triángulo ABC.



TRABAJO COTIDIANO – Área y Perímetros de Polígonos Regulares	Valoración
Determina la medida de perímetros y áreas de polígonos regulares en distintos contextos.	
Utiliza la apotema y el radio de polígonos regulares para resolver ejercicios de polígonos regulares en distintos contextos.	

EJERCICIOS ADICIONALES:

1)¿Cuántas diagonales se pueden trazar en total en un polígono regular donde la medida del ángulo interno es 140º?
A) 14
B) 20
C) 27
D) 35

2)¿Cuál es la medida del ángulo externo de un polígono regular que tiene en total 20 diagonales?
A) 45º
B) 72º
C) 90º
D) 144º

3)¿Cuál es el perímetro de un hexágono regular cuya medida del radio es 25?

A) 50

B) 100

C) 150

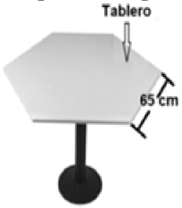
D) 250

4)En el mercado, el tamaño de una pantalla plana se determina por las pulgadas que mide su diagonal, tal como lo ilustra la siguiente imagen:

Aquí se explica usando el Teorema de Pitágoras

Con base en los datos de la figura anterior y suponiendo que la pantalla es cuadrada, ¿cuál es el área de esta, en pulgadas cuadradas?
A) 64
B) 128
C) 512
D) 1024

5)El tablero de madera de una mesa tiene forma de hexágono regular, tal como lo muestra la siguiente imagen:



De acuerdo con los datos de la figura anterior, si cada lado del tablero mide 65 cm, entonces, ¿cuántos centímetros cuadrados mide, aproximadamente, la superficie del tablero de la mesa?

A) 10 829,48
B) 10 976,87
C) 12 675,00
D) 21 953,74

6)Considere la siguiente información:
El **Kumo XV** es una obra de arte del artista colombiano Omar Rayo, tiene forma cuadrada y se pueden identificar sus cuatro vértices, como se muestra a continuación:

De acuerdo con la información anterior, si la distancia entre dos vértices no consecutivos de la obra es $66\sqrt{2}$ cm, entonces, el perímetro de la obra, en centímetros, es

A) 66
B) 264
C) 373
D) 4356

7) Juan desea cubrir con cerámica la parte superior de una mesa de concreto que tiene forma de hexágono regular. Si la medida del, radio del hexágono que representa la parte superior de esa mesa es 2 m, entonces, ¿cuál es el área, en metros cuadrados, que Juan desea cubrir con cerámica?

A) $2\sqrt{3}$

B) $6\sqrt{3}$

C) $12\sqrt{3}$

HABILIDAD:

- *Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas.*

ÁREAS Y PERÍMETROS DE POLÍGONOS IRREGULARES

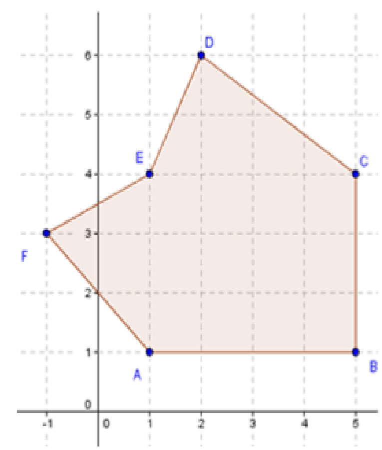
PERÍMETRO DE UN POLÍGONO IRREGULAR
Se debe efectuar la suma de las medidas de los lados del polígono correspondiente.
Para calcular las medidas hay que considerar que podríamos tener:

a)Lados en posición horizontal: (como AB) o vertical (como CB) cuyas medidas son más sencillas de calcular. Por ejemplo: AB = 4 y CB = 3.

b)Lados en diagonal o inclinados: donde sugiero dos posibles procesos:

b.1) Usando el Teorema de Pitágoras: el lado será la hipotenusa.
b.2) Usando la fórmula de la distancia: donde se ubican los dos pares ordenados (extremos) y se usa la fórmula $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$.

ACTIVIDAD #1: Con la guía del docente, calcule el **perímetro del hexágono irregular ABCDEF** presentado en la siguiente figura.



ÁREA DE UN POLÍGONO IRREGULAR

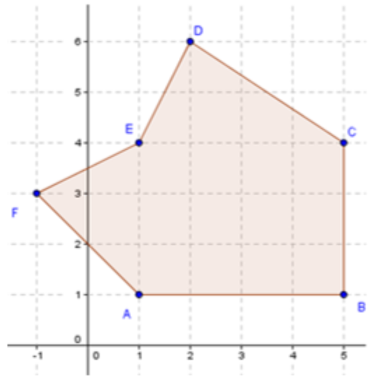
No existe una fórmula específica para los polígonos irregulares. El método más común consiste en dividir la figura principal en varias figuras más simples, como: triángulos, rectángulos, cuadrados o trapecios, calcular sus áreas y por último, sumarlas para obtener el "área total" que será el área del polígono solicitado.

Por lo tanto, debemos manejar las siguientes fórmulas básicas:

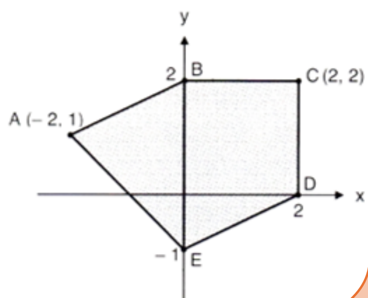
Triángulo	Cuadrado	Rectángulo	Trapecio
$A = \frac{b \bullet h}{2}$	$A = \ell^2$	$A = b \bullet h$	$A = \frac{(B+b) \bullet h}{2}$

ACTIVIDAD #2: con la guía del docente

A)Calcule el área del hexágono irregular ABCDEF.

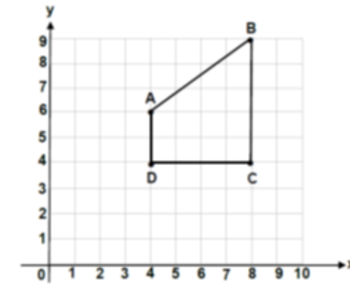


B)Calcule el área y perímetro del pentágono ABCDE.

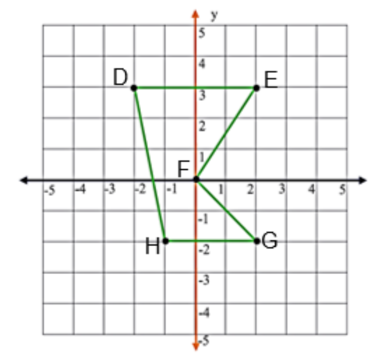


ACTIVIDAD #3: Calcule el área o perímetro según corresponda en los siguientes polígonos irregulares.

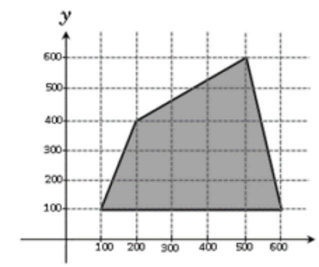
A)Calcule el perímetro del cuadrilátero ABCD.



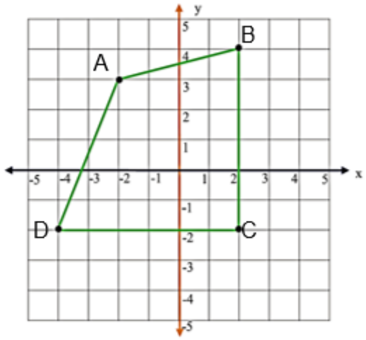
B)Calcule el perímetro del pentágono DEFGH.



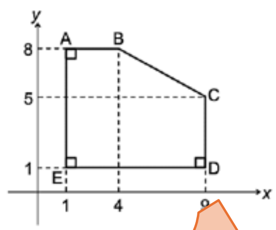
C) Considere el siguiente contexto referido a un terreno destinado a una finca ganadera tiene la forma que indica el croquis. ¿Cuál es el valor del perímetro?



D)Calcule el área del siguiente cuadrilátero ABCD.



D)Alex es un constructor, el espacio donde construirá una casa tiene forma que se muestra en la siguiente figura, la cual se encuentra representada en un plano cartesiano. ¿Cuál es el área, en metros cuadrados, del espacio donde se construirá la casa?

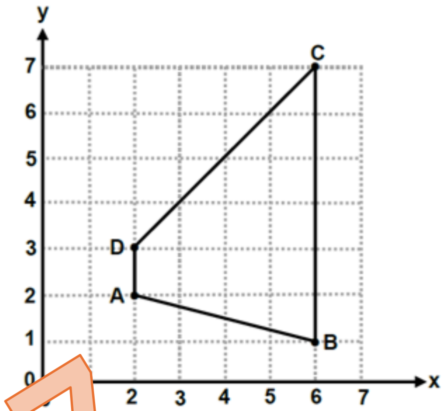


TRABAJO COTIDIANO – Área y Perímetros de Polígonos Irregulares	Valoración
Determina la medida de perímetros de polígonos irregulares en distintos contextos.	
Determina la medida de áreas de polígonos irregulares en distintos contextos.	

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

EJERCICIOS ADICIONALES:

Considere los datos de la siguiente figura, referentes a un polígono no regular, para contestar las preguntas **1 y 2**.



$AB = \sqrt{17}$ y $DC = 4\sqrt{2}$

1) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCD?

A) $7+4\sqrt{34}$

B) $11+4\sqrt{34}$

C) $7+\sqrt{17}+4\sqrt{2}$

D) $11+\sqrt{17}+4\sqrt{2}$

2) ¿Cuál es el área del polígono ABCD?

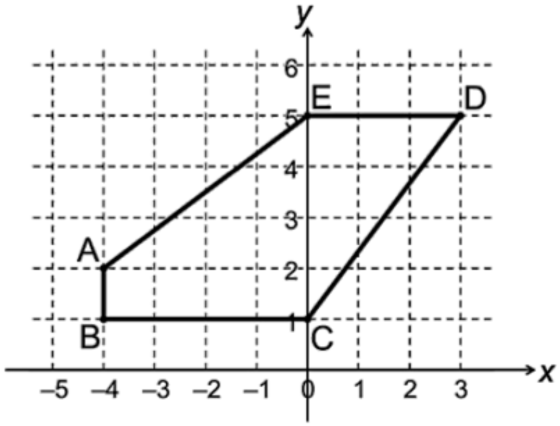
A) 12

B) 14

C) 21

D) 23

Para responder los ítems **3 y 4** considere la siguiente información:



3) ¿Cuál es el perímetro del polígono **ABCDE**?

A) 17

B) 18

C) 20

D) 21

4) ¿Cuál es el área del polígono **ABCDE**?

A) 12

B) 14

C) 16

D) 18

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

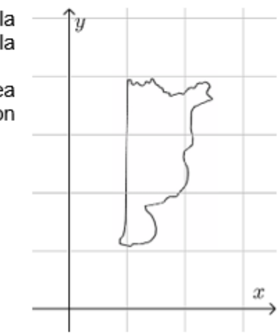
HABILIDAD:

▸ *Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Considere la siguiente imagen que representa el mapa de la provincia de Heredia, y considere que cada cuadrado en la cuadrícula tiene un área de 1000 km^2:

De acuerdo con el contexto anterior, estime el área aproximada de la provincia de Heredia, discute con compañeros y docente los resultados.



ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NO POLIGONALES

Una figura plana no poligonal es una forma bidimensional que no tiene lados rectos ni vértices, a diferencia de las figuras poligonales como los triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. Estas figuras se caracterizan por tener bordes curvos o una combinación de líneas curvas y rectas donde las curvas no forman vértices definidos.

FIGURA POLIGONAL

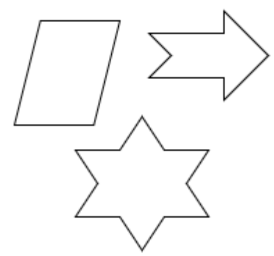
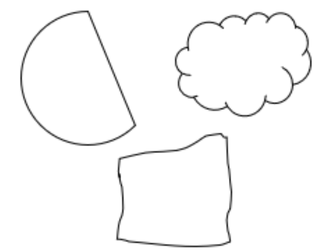


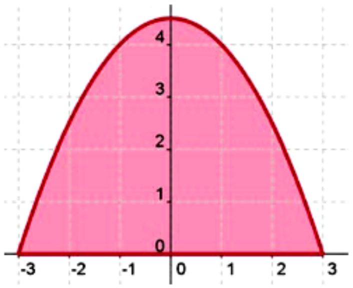
FIGURA NO POLIGONAL



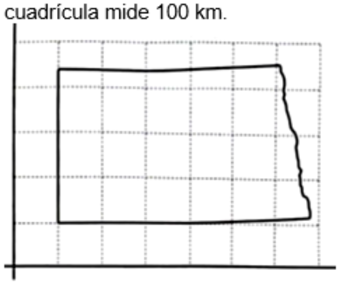
Para calcular el **perímetro** de una figura plana no poligonal, el proceso puede variar según la forma específica de la figura. A diferencia de los polígonos, donde simplemente se suma las medidas de todos los lados rectos, las figuras no poligonales pueden incluir bordes curvos donde recurriremos a las aproximaciones.

En el caso de las **áreas**, igualmente procederemos a una aproximación, donde nos guiaremos con la escala que se nos presente en la situación.

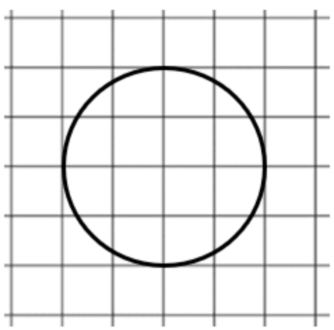
EJEMPLO #1: ¿Cuál sería un área y perímetro aproximado de esta figura, si cada cuadrado representa 1 unidad cuadrada?



EJEMPLO #2: Estime el perímetro de la siguiente figura si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula mide 100 km.



EJEMPLO #3: La siguiente figura representa un platón circular. Cada cuadrado del plano representa 100cm^2 . ¿Puede determinar una aproximación del área del platón?

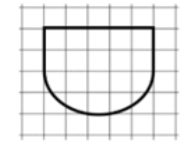


GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

ACTIVIDAD #1: Marque con X la respuesta correcta.

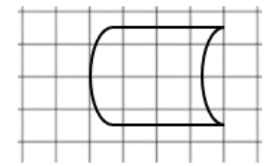
1)Si el área de cada cuadrado de la cuadrícula es 10 unidades cuadradas, entonces el área de la figura presentada es mayor que

( ) 14 y menor que 20
( ) 160 y menor que 200
( ) 300 y menor que 400



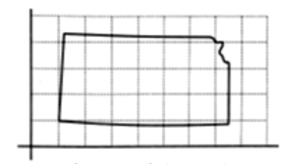
2)Si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula es de 1 unidad, entonces el perímetro de la figura presentada es mayor que

( ) 6 y menor que 9
( ) 10 y menor que 15
( ) 20 y menor que 25



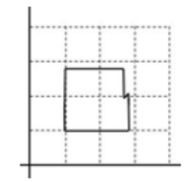
3)A continuación se muestra una representación gráfica de un territorio, donde el área de cada cuadrado de la cuadrícula es de 1000 km^2. De acuerdo con esa información, el área en kilómetros cuadrados de ese territorio es mayor que

( ) 1000 y menor que 2500.
( ) 5000 y menor que 10000.
( ) 18000 y menor que 25000.



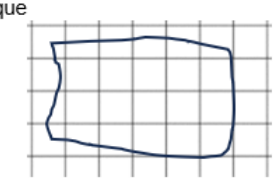
4)La siguiente figura representa un terreno, el cual desean cerrarlo completamente con algún tipo de tapia y necesitan saber su perímetro. Si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula es de 10 metros, entonces su perímetro sería

( ) mayor que 6 y menor que 10
( ) mayor que 12 y menor que 16
( ) mayor que 20 y menor que 24



5)Una pequeña zona de la casa de mi tío, tiene un jardín. El área de cada cuadrado de la cuadrícula es de 5 m^2, por lo tanto, su área en m^2 es mayor que

( ) 8 y menor que 13
( ) 14 y menor que 19
( ) 22 y menor que 27



TRABAJO COTIDIANO – Figuras planas no poligonales	**Valoración**
Estima perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.	

HABILIDADES:

▸*Identificar el radio y el diámetro de una esfera.*

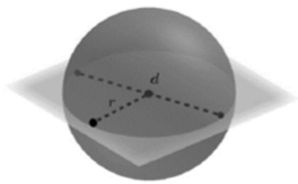
▸*Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto.*

▸*Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas.*

ESFERA

Una espera es un sólido cerrado delimitado por una superficie en la que todos los puntos se encuentran equidistantes de un punto llamado centro.

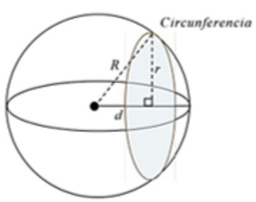
En toda esfera, al igual que en cualquier circunferencia, la medida del diámetro equivale al dos radios.



SECCION PLANA DE UNA ESFERA

En una esfera de radio "R", de cualquier corte con un plano, se obtiene una circunferencia de radio "r".

R = radio de la esfera y de la circunferencia máxima.
r = radio de la circunferencia resultante del corte.
d = distancia del plano al centro de la esfera.



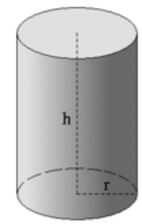
Longitud de una circunferencia:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Donde "r" es el radio de esa circunferencia.

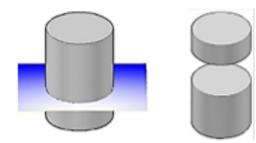
CILINDRO CIRCULAR RECTO

Es una figura conformada por dos caras paralelas circulares (bases) y el conjunto de todos los segmentos de línea recta perpendiculares a sus caras y comprendidos entre ellas (superficie lateral).

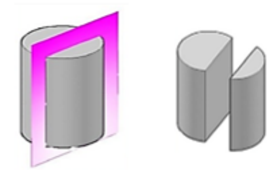


SECCIONES PLANAS DE UN CILINDRO CIRCULAR RECTO

Si el corte es con un **plano paralelo** al plano de la base, se obtiene una **circunferencia.**



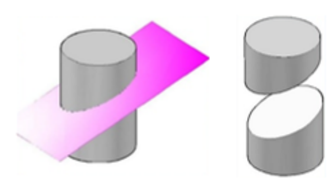
Si el corte es con un **plano perpendicular** a la base, se obtienen **un rectángulo.**



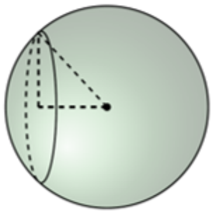
Área de un rectángulo:
$A = b \cdot h$

Perímetro del rectángulo:
$P = 2b + 2h$

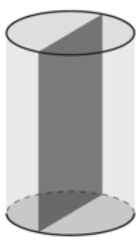
Si el corte es con un **plano oblicuo** (ni paralelo ni perpendicular) al plano de la base, se obtiene una **elipse.**



ACTIVIDAD #1: Resuelva con la guía del docente.
A)En una superficie esférica de radio 10cm se hace un corte a una distancia de 6cm del centro. Entonces, determine la medida del diámetro de la circunferencia que se obtiene.

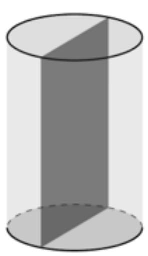


B)En un cilindro circular recto la longitud de la circunferencia de una base es 8π cm y la medida de la altura es 14 cm. Si el cilindro es intersecado por un plano que contiene los centros de sus bases y es perpendicular a ellas, entonces, ¿cuál es el área en centímetros, de la sección plana que se genera con la intersección del plano y el cilindro?



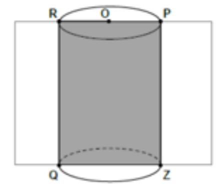
ACTIVIDAD #2: Resuelva los siguientes ejercicios:

A)La medida del radio de un cilindro circular recto es 5 cm y la medida de su altura es el doble de la medida de su radio. Si a ese cilindro se le realiza un corte con un plano perpendicular a su base y que contiene el centro de las bases, entonces, determine el **área** de la sección plana que se obtiene de la intersección del cilindro y el plano.

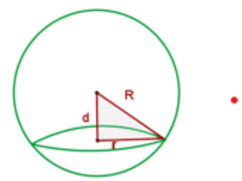


GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

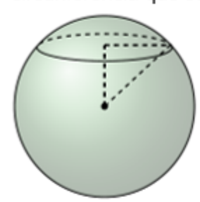
B)Considere la siguiente información referida a un cilindro circular recto, donde *O* es el centro de la base del cilindro. La figura presenta un cilindro cortado por un plano perpendicular a la base del cilindro. Si el área de la sección plana *RPZQ*, que se obtiene con el corte es 80 y *RQ* = 10, entonces, la medida del radio del cilindro es



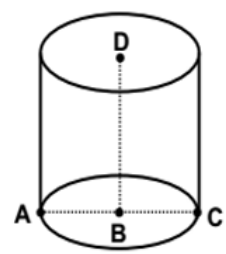
C)De acuerdo con la siguiente figura, donde la esfera se corta con un plano. Si la distancia "d" del centro de la esfera al corte mide 6 y el radio de la circunferencia generada por el corte mide 8, ¿Cuánto mide el radio "R" de la esfera? ¿y el diámetro de la esfera?



D)Una de las esferas que se ubican en Buenos Aires de Puntarenas mide de radio 80 cm, si se hace un corte plano que dista 40 cm del centro de la esfera, ¿Cuál es el radio de la circunferencia que se obtiene en el corte?



E)La siguiente figura ilustra un cilindro circular recto (D y B son los centros de las bases del cilindro). La distancia AD = 14 y BD = 10. Calcule la medida aproximada del diámetro AC.



F) Considere la siguiente información:

En una ebanistería se fabrican piezas decorativas a partir de cortes que se realizan a cilindros circulares rectos de madera, como se muestra en las siguientes figuras:

Figura A

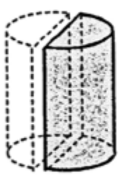
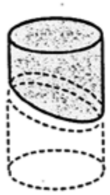


Figura B



En la figura A y el corte es perpendicular con respecto a las bases del cilindro y contiene el centro de ambas bases, mientras que en la figura B el corte no es paralelo con respecto a las bases del cilindro y no las corta.

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I)La sección plana al realizar el corte de la figura A corresponde a un rectángulo.

II)La sección plana al realizar el corte de la figura B, corresponde a una elipse.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?
A) Ambas B) Ninguna
C) Solo la I D) Solo la II

G)¿Qué figura geométrica se forma al realizar un corte oblicuo (no perpendicular ni paralelo al eje) en un cilindro? _______________.

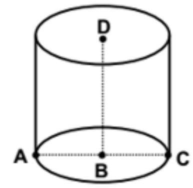
H)¿Qué figura geométrica se forma al realizar un corte paralelo a la base del cilindro circular recto? _______________.

TRABAJO COTIDIANO – Esfera y Cilindro Circular Recto	Valoración
Resuelve ejercicios que involucre radio, diámetro, superficie lateral, bases, altura en el cilindro circular recto.	
Resuelve ejercicios que involucre radio o diámetro en una esfera.	
Identifica correctamente las secciones planas de una esfera o cilindro en distintos contextos.	

GEOMETRÍA – DÉCIMO NIVEL Curso Lectivo 2024

EJERCICIOS ADICIONALES:

La siguiente figura ilustra un cilindro circular recto donde AB = 3 y BD = 7:



A – B – C
D y B: son los centros de las bases del cilindro.

1)¿Cuál es la longitud de la altura del cilindro?
A) 3
B) 6
C) 7
D) 10

2)Un segmento que representa el diámetro del cilindro corresponde a
A) $\overline{AB}$
B) $\overline{BC}$
C) $\overline{BD}$
D) $\overline{AC}$

3)Si el cilindro se interseca con un plano paralelo a sus bases obteniendo una sección plana, entonces, ¿cuál es la longitud de dicha sección plana?
A) 3π
B) 6π
C) 9π
D) 12π

4)Una esfera cuya medida del diámetro es 104 cm, se interseca con un plano para obtener una sección plana de centro A. SI la distancia del centro de la esfera al punto A es 48 cm, entonces, ¿cuál es la medida, en centímetros, del radio de la circunferencia de centro A?
A) 20
B) 24
C) 40
D) 52