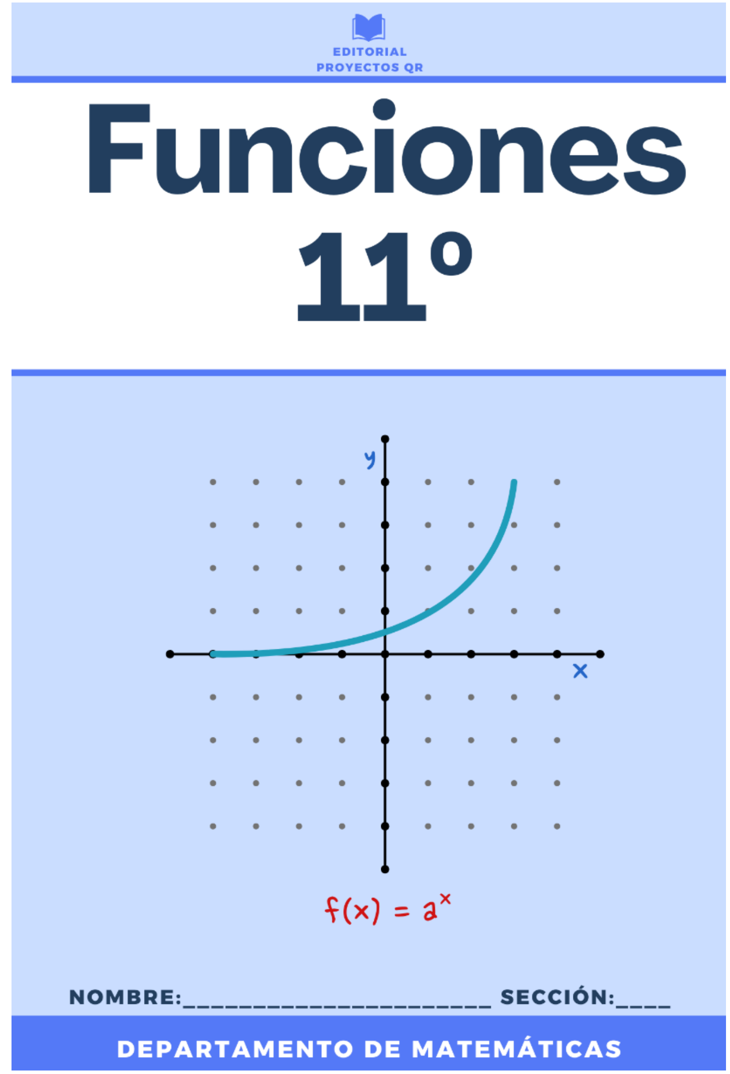
FOLLETO – FUNCIONES UNDÉCIMO AÑO

FUNCION INVERSA
FUNCION RAIZ CUADRADA / TRANSFORMACIONES / INVERSA
FUNCION EXPONENCIAL
¿QUÉ ES UN LOGARITMO?
FUNCION LOGARITMICA
ECUACIONES EXPONENCIALES
PROBLEMAS CON FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICA
FUNCIONES Y MODELIZACIÓN



CONTACTO: 60147147

PRECIO: 5000 (47 páginas)

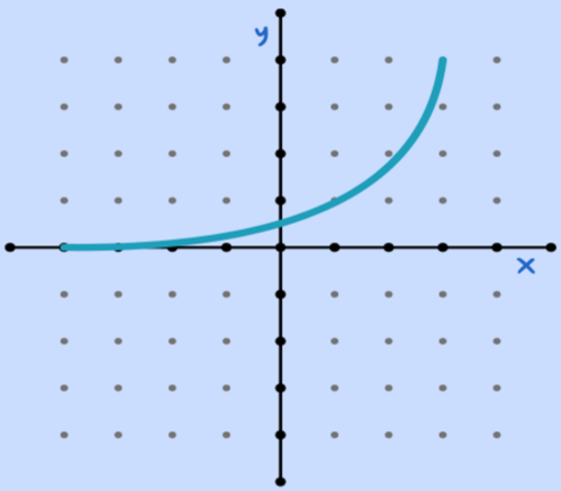
EL MATERIAL SE ENTREGA EN PDF Y CON CIERTA PERSONALIZACIÓN EN SU ENCABEZADO

SE ENTREGA ESTA MUESTRA PARA QUE OBSERVE PRIMERO EL MATERIAL Y SUS EJERCICIOS

ANTES DE ADQUIRIRLO

EDITORIAL
PROYECTOS QR

Funciones 11°



$f(x) = a^x$

NOMBRE:______________________ SECCIÓN:____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

HABILIDADES:

▸*Identificar las condiciones para que una función tenga inversa.*
▸*Relacionar la gráfica de una función con la gráfica de su inversa.*
▸*Determinar intervalos en los cuales una función representada gráficamente tiene inversa.*
▸*Determinar y graficar la función inversa de $f(x)= mx+b$, $m \neq 0$.*

FUNCION INVERSA

ACTIVIDAD DE INICIO:
Relacione a 6 estudiantes del grupo (conjunto de partida) con el mes en que cumple años (conjunto de llegada).

Responda:
a)¿Es posible relacionar a cada estudiante del grupo con el mes de cumpleaños? ¿se considera función?

b)Si los conjuntos se acomodan al contrario, ¿es posible relacionar cada mes del año con cada estudiante del grupo? ¿se considera función?

	ENERO FEBRERO MARZO ABRIL MAYO JUNIO JULIO AGOSTO SETIEMBRE OCTUBRE NOVIEMBRE DICIEMBRE

CONDICIONES PARA QUE UNA FUNCION TENGA INVERSA

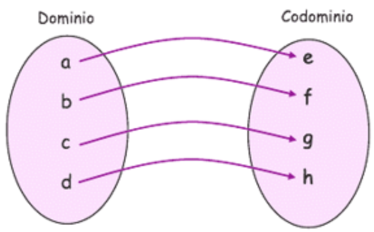
Para que una función f: A→B tenga una función inversa, debe cumplir con dos condiciones principales:

Ser INYECTIVA (uno a uno): Si a cada elemento del conjunto de partida le corresponde un único elemento del conjunto de llegada, o sea, para cada imagen existe una preimagen única (**no se repiten imágenes**).

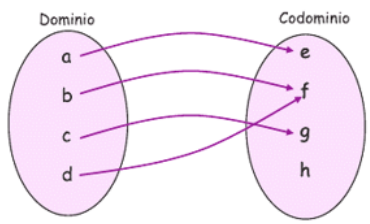
Ser SOBREYECTIVA: Cuando todos los elementos del conjunto de llegada, tiene su respectiva preimagen. (**el codominio es igual ámbito de la función**).

Cuando una función es tanto inyectiva como sobreyectiva, se dice que es **BIYECTIVA**, y solo las funciones biyectivas tienen inversas. La función inversa f^{-1} "deshace" lo que hace f, es decir, si $f(a) = b$, entonces $f^{-1}(b) = a$.

Analicemos si las siguientes funciones son biyectivas:

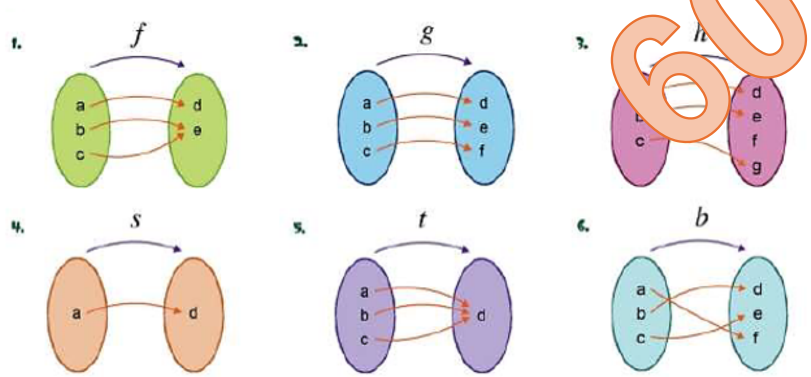


1. No se repiten imágenes
2. El ámbito y el codominio son iguales: $\{e, f, g, h\}$
3. La función es biyectiva, por lo que **SI tiene inversa.**



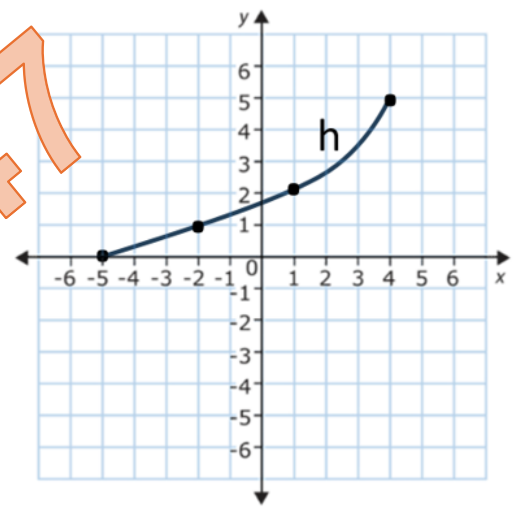
1. Se repite la imagen f
2. El ámbito $\{e, f, g\}$ no es igual al codominio $\{e, f, g, h\}$
3. La función no es biyectiva, por lo que **NO tiene inversa.**

ACTIVIDAD #1: Marque con X la o las funciones que posean inversa (son biyectivas).



CONCEPTO DE FUNCIÓN INVERSA.

Sea $f: A \to B$ una función, su inversa se representa por $f^{-1}: B \to A$. Las gráficas de las funciones $f(x)$ y $f^{-1}(x)$ son simétricas respecto a la función $f(x) = x$ (función identidad).



ACTIVIDAD:

1)Anote cuatro puntos de h: ____.

2)Grafique la función identidad ($f(x) = x$).

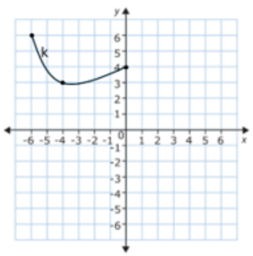
3)Deducir algunos puntos para h^{-1} basándose en la información de h. Grafique a h^{-1}.
____.

4)¿Qué observa que sucede con la gráfica de h^{-1} respecto a h?
____.

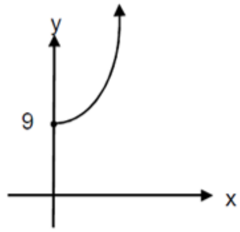
ACTIVIDAD#2: Grafique la inversa de las siguientes funciones.

Proceso recomendado:
A)Extraer los pares ordenados posibles de la función original.
B)Aplicar el concepto de inversa (si en f existe (3,5) en f^{-1} existe (5,3)).
C)Con los nuevos pares ordenados, se grafica la inversa.
D)Graficar la función identidad y=x es opcional, pero ayuda a visualizar mejor la simetría entre la función original y su inversa.

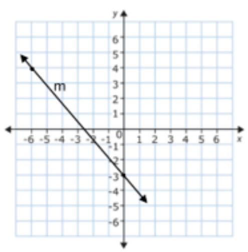
Ejemplo 1: Grafique k^{-1}



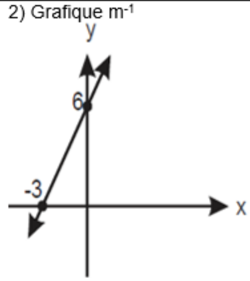
Ejemplo 2: Grafique f^{-1}



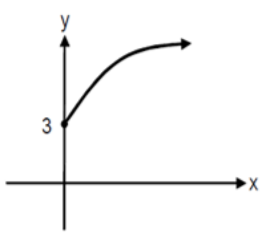
1) Grafique m^{-1}



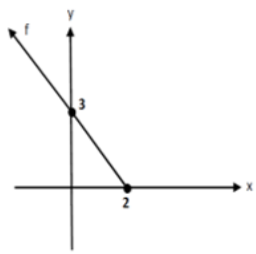
2) Grafique m^{-1}



3)Grafique k^{-1}



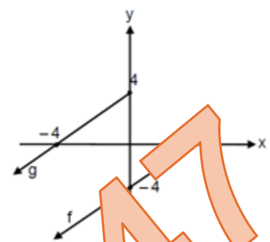
4)Grafique f^{-1}



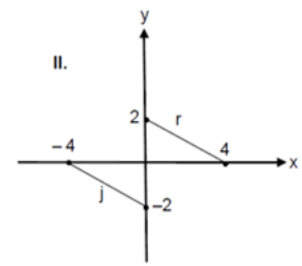
ACTIVIDAD#3: Para cada pareja de funciones, indique si corresponden a funciones inversas entre sí.

Pasos recomendados:
A)Comparar si los pares ordenados visibles, son inversos entre ambas funciones.
B)Confirmar la simetría existente entre las funciones, respecto a la función identidad f(x)=x.
C)Si fuera necesario, confirmar si el dominio y ámbito de una función es el mismo que el ámbito y dominio de la otra función.

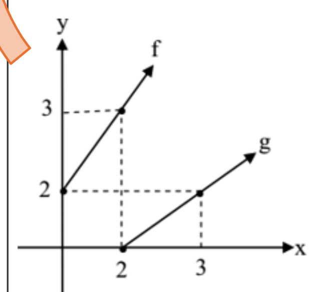
1)¿Son inversas g y f?



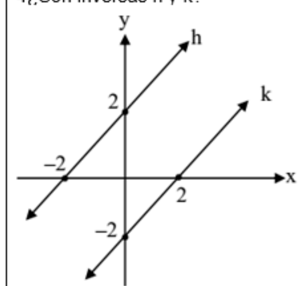
2)¿Son inversas j y r?



3)¿Son inversas f y g?



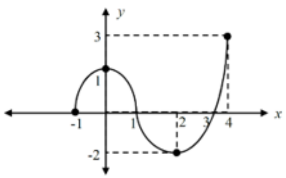
4¿Son inversas h y k?

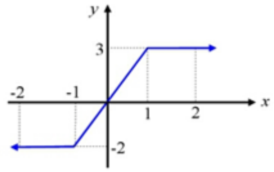


INTERVALOS DONDE UNA FUNCIÓN POSEE INVERSA

Para que una función tenga inversa, esta debe ser BIYECTIVA (*Inyectiva y sobreyectiva*). Por lo tanto, gráficamente, se deben identificar intervalos donde la función **únicamente crece o decrece** para pueda tener inversa y así al menos garantizar la inyectividad.

¿Dónde podría tener inversa las siguientes gráficas? Anote algunos intervalos correctos.





______________________ ______________________

ACTIVIDAD#4: Para cada gráfica, marque con X **la o las opciones** donde existan intervalos de la función presentada donde podría tener inversa.

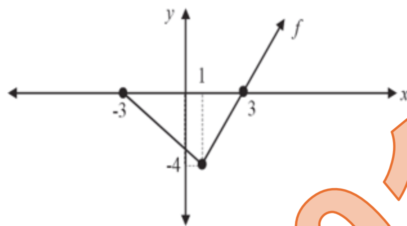
a)¿ Intervalo(s) donde f podría tener inversa?

( ) $]-3,1[$

( ) $]-3,3[$

( ) $]1,6[$

( ) $]0,3[$



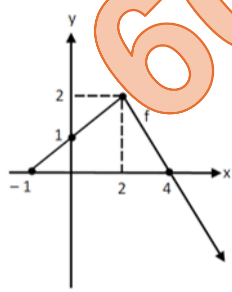
b)¿ Intervalo(s) donde f podría tener inversa?

( ) $]-1,4[$

( ) $]-1,2[$

( ) $]4,8[$

( ) $]2,4[$



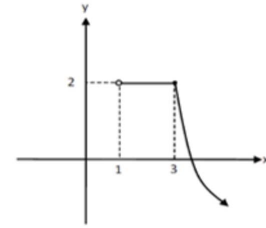
c)¿Intervalo(s) donde la función podría tener inversa?

( ) $]1,3[$

( ) $]1,+\infty[$

( ) $]3,10[$

( ) $]3,+\infty[$



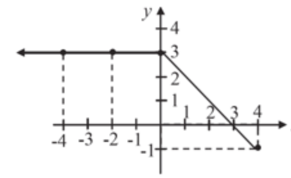
d)¿Intervalo(s) donde la función podría tener inversa?

( ) $]-\infty,4[$

( ) $]-4,2[$

( ) $]-2,$

( ) $]1,3[$



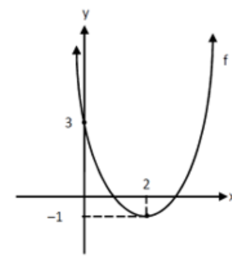
e)¿Intervalo(s) donde f podría tener inversa?

( ) $]0,2[$

( ) $]2,5[$

( ) $]5,+\infty[$

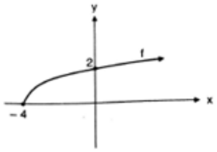
( ) $]0,4[$



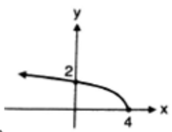
TRABAJO COTIDIANO – Función Inversa, conocimientos iniciales.	Valoración
Identifica las condiciones para que la función tenga inversa.	
Relaciona la gráfica de una función con la gráfica de su inversa.	
Determina intervalos en los cuales una función representada tiene inversa.	

EJERCICIOS ADICIONALES

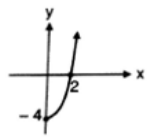
1) Considere la siguiente representación gráfica de la función f:



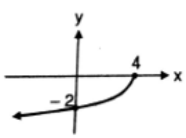
De acuerdo con la información anterior, la gráfica de la función inversa de f corresponde a:



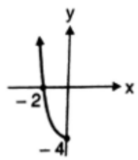
A)



B)

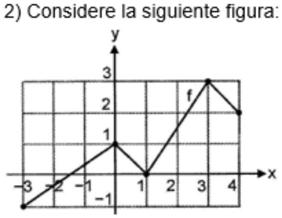


C)



D)

2) Considere la siguiente figura:



Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]1,3[$

B) $]1,4[$

C) $]-2,2[$

D) $]-3,1[$

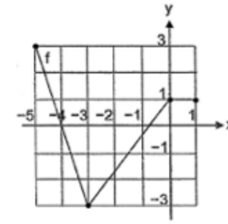
3) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa, corresponde a

A) $[-1,1]$

B) $[-2,1]$

C) $[-4,-2]$

D) $[-5,-4]$



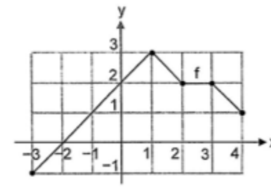
4) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]1,3[$

B) $]2,4[$

C) $]-3,0[$

D) $]-3,2[$



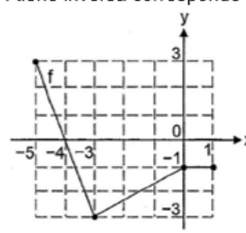
5) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $[0,$

B) $1]$

C) $[-2,-1]$

D) $[-5,-1]$



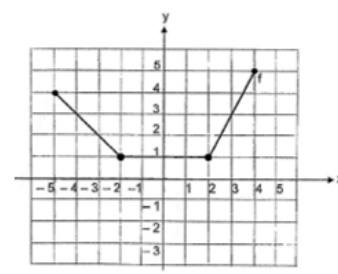
6) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

A) $]1,5[$

B) $]-2,2[$

C) $]-5,1[$

D) $]-4,-2[$



CRITERIO DE UNA FUNCIÓN INVERSA

ACTIVIDAD DE INICIO:
Si el costo de alquilar una bicicleta es de ₡2500 por hora.

A) ¿Cuánto se paga por 3 horas?

B)¿Cuántas horas puedo alquilarla con ₡12500?

¿Qué operación(es) utilizó para resolver las preguntas anteriores?

Para determinar el criterio de una función inversa correspondiente a funciones de la forma $f(x)=mx+b$, con $m\neq 0$, dependiendo lo complejo de la función, se podría usar el procedimiento de despeje.
Aunque hay funciones muy simples donde no es necesario despejar, como es el caso que $f(x)=x+3$ ya que su inversa es $f^{-1}(x)=x-3$. Veamos más casos "rápidos":

Si $f(x)=x-5$ entonces su inversa sería ________________________.

Si $h(x)=x+20$ entonces su inversa sería ________________________.

Si $m(x)=8x$ entonces su inversa sería ________________________.

Si $g(x)=\dfrac{x}{10}$ entonces su inversa sería ________________________.

Recordemos que la función inversa f^{-1} "deshace" lo que hace f, es decir, f([illegible]
entonces $f^{-1}(b)=a$, así que comprobémoslo:

¿Cuál es la imagen de 7 en $f(x)=x+3$?

$f(x)=x+3$ $\qquad$ $f(7)=7+3$ $\qquad$ por lo tanto $f(7)=10$

Ahora, ¿Cuál sería la imagen de 10 en $f^{-1}(x)=x-3$ que es la inversa de f?

Lo anterior puede comprobarlo con cualquier función y su inversa.

Ahora, estudiemos los casos donde podríamos necesitar un procedimiento algebraico para determinar el criterio de la inversa de una función:

Determinemos el criterio de la inversa de $f(x)=2x+3$; $f:[5,10]\to[13,23]$

$y=2x+3$ Cambiamos el $f(x)$ por "y"

$2x+3=y$ Se puede reacomodar (no obligatorio), para iniciar el despeje de "x".

$2x=y-3$ Se [illegible]an los pasos conocidos al despejar "x"

$x=\dfrac{y-3}{2}$ Luego [illegible] concluido el despeje, se escribe de la forma $f^{-1}(x)=\dfrac{x-3}{2}$

No deben[illegible]s [illegible] el dominio y codominio: $f^{-1}:[13,23]\to[5,10]$

[illegible]nos [illegible]s ejemplos con detalle. En todos los casos, determine la función [illegible]nv[illegible].

1) $f(x)$ [illegible] $2x-10$; $f:]-1,5[\to]-12,0[$	**2)** $h(x)=\dfrac{x-3}{5}$; $h:[0,3[\to\left[\dfrac{-3}{5},0\right[$
3) $g(x)=\dfrac{x}{5}+8$; $g:M\to N$	**4)** $f(x)=10-5x$; $f:[0,10]\to B$

ACTIVIDAD #1: Determine el criterio de la función inversa en cada caso.

1) $f(x)=x+25$	2) $f(x)=x-13$
3) $h(x)=4x$	4) $f(x)=\frac{x}{3}$
5) $g(x)=3x+8$	6) $h(x)=\frac{x-5}{13}$
7) $m(x)=\frac{x}{4}-1$	8) $n(x)=4-3x$
9) $f(x)=2x+4,\ f:]0,10[\to]4,24[$	10) $h(x)=7-x,\ h:[3,6]\to[1,4]$

TRABAJO COTIDIANO – Criterio de una función inversa	Valoración
Determina la función inversa de f(x)=mx+b	

EJERCICIOS ADICIONALES

1)Si f es la función dada por $g(x)=\frac{x}{5}-3$, entonces, ¿Cuál es el criterio de la función inversa de g?

A) $g^{-1}(x)=5x+3$ B) $g^{-1}(x)=\frac{x}{5}+3$

C) $g^{-1}(x)=5x-3$ D) $g^{-1}(x)=5x+15$

2)Si f es la función dada por $h(x)=4x-12$, entonces, ¿Cuál es el criterio de la función inversa de h?

A) $h^{-1}(x)=\frac{-x}{4}-3$ B) $h^{-1}(x)=\frac{x}{4}+3$

C) $h^{-1}(x)=\frac{-x}{4}+3$ D) $h^{-1}(x)=-4x-3$

3) Si f es la función dada por $f(x)=\frac{x+4}{3}$, entonces, ¿cuál es el criterio de la función inversa de f?

A) $f^{-1}(x)=\frac{x-3}{4}$

B) $f^{-1}(x)=\frac{x-4}{3}$

C) $f^{-1}(x)=3x-4$

D) $f^{-1}(x)=-3x-4$

4) La inversa de la función f dada por $f(x)=\frac{x}{2}+4$ corresponde a $f(x)^{-1}=$ ______

A) x + 8

B) x – 8

C) 2x + 8

D) 2x – 8

5) Si la inversa la función f dada por $f(x) = \frac{x}{2} - 3$ corresponde a $f^{-1}(x) = ax + b$ entonces se cumple que

A) a = 2 y b = 6
B) a = 6 y b = 2
C) a = -3 y b = $\frac{1}{2}$
D) a = 3 y b = $-\frac{1}{2}$

6) La inversa de la función f dada por $f(x) = \frac{x}{2} - 2$ corresponde a $f(x)^{-1} =$ ______

A) $2x + 4$
B) $-2x + 4$
C) $2x - 4$
D) $-2x - 4$

7) Si la inversa la función f dada por $f(x) = 2x + 16$ corresponde a $f^{-1}(x) = ax + b$ entonces se cumple que

A) a = 2 y b = 8
B) a = $\frac{1}{2}$ y b = 8
C) a = 2 y b = -8
D) a = $\frac{1}{2}$ y b = -8

8) Considere la función biyectiva $f(x) = 2x + 5$. De las siguientes funciones, ¿cuál corresponde a la inversa de f?

A) $f^{-1}(x) = -2x - 5$
B) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{5}$
C) $f^{-1}(x) = 5x + 2$
D) $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$

9) Si **h** es la función dada por $h(x) = 4x - 12$, entonces, ¿Cuál es el criterio de la función inversa de h?

A) $h^{-1}(x) = \frac{-x}{4} - 3$
B) $h^{-1}(x) = \frac{x}{4} + 3$
C) $h^{-1}(x) = \frac{-x}{4} + 3$
D) $h^{-1}(x) = -4x$ [illegible]

10) Si g es la función dada por $g(x) = \frac{x}{5} - 3$, entonces, ¿Cuál es el criterio de la función inversa de g?

A) $g^{-1}(x) = 5x + 3$
B) $g^{-1}(x) = \frac{x}{5} + 3$
C) $g^{-1}(x) = 5x - 3$
D) $g^{-1}(x) = 5x + 15$

11)Si en una función f existe el punto (-3,7), ¿Cuál es con certeza, un punto de la función f^{-1}?

A) (3,-7)
B) (7,-3)
C) (-7,3)
D) (-3,-7)

12)Si en una función h existe el punto (0,-6), ¿Cuál es con certeza, un punto de la función h^{-1}?

A) (0,6)
B) (6,0)
C) (-6,0)
D) (-6,6)

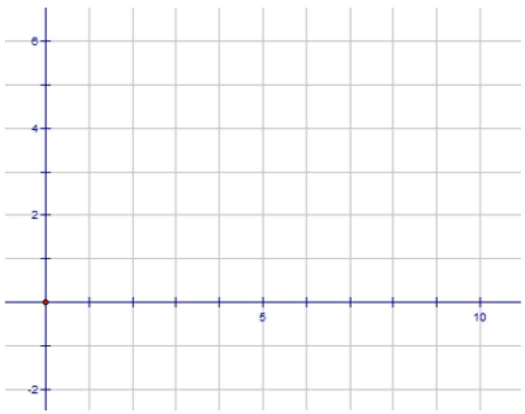
HABILIDAD:

▸*Analizar gráfica y algebraicamente la función con criterio dado por* $f(x) = a\sqrt{x+b}+c$

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN RAIZ CUADRADA

ACTIVIDAD DE INICIO: Grafique la función $f(x)=\sqrt{x}$

x	f(x)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	



TRANSFORMACIONES EN FUNCIONES RAIZ CUADRADA

Las transformaciones en funciones raíz cuadrada son cambios que se aplican a la función básica de raíz cuadrada $f(x)=\sqrt{x}$ para alterar su gráfica. Estas transformaciones pueden incluir traslaciones y reflexiones.

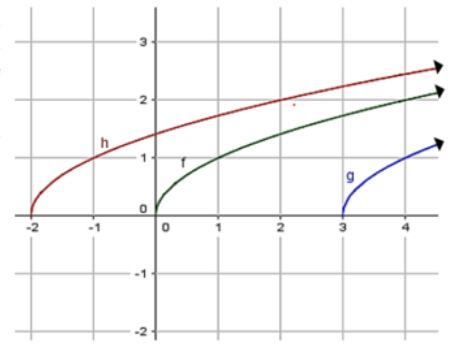
TRASLACIÓN HORIZONTAL

Si sumamos o restamos una constante "b" al argumento de la función, $f(x)=\sqrt{x\pm b}$, la gráfica se desplazará horizontalmente.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$h(x)=\sqrt{x+2}$

$g(x)=\sqrt{x-3}$



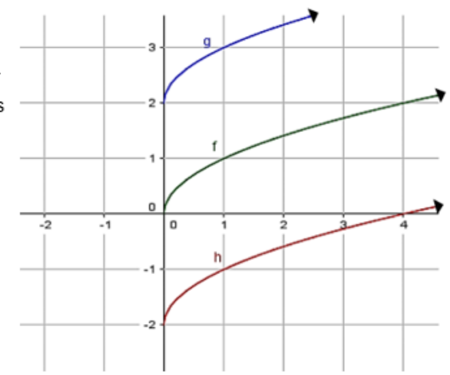
TRASLACIÓN VERTICAL

Al sumar o restar una constante "c" a toda la función, $f(x)=\sqrt{x}\pm c$, la gráfica se desplazará verticalmente.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$h(x)=\sqrt{x}-2$

$g(x)=\sqrt{x}+2$



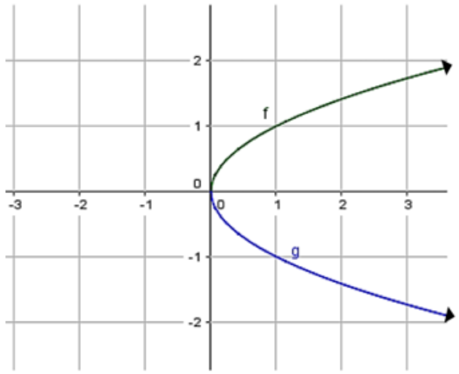
REFLEXIÓN SOBRE EL EJE X

Se logra multiplicando toda la función por -1. $g(x) = -\sqrt{x}$ lo que invierte la gráfica a través del eje X.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = -\sqrt{x}$



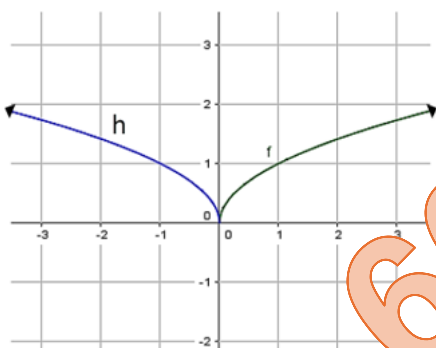
REFLEXIÓN SOBRE EL EJE Y

Se logra multiplicando el argumento de la función por -1. $h(x) = \sqrt{-x}$ lo que invierte la gráfica a través del eje Y.

Analice lo sucedido en las siguientes funciones:

$f(x) = \sqrt{x}$

$h(x) = \sqrt{-x}$



Ejemplos:

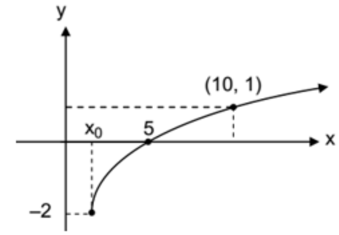
1) Analice la siguiente gráfica e identifique el criterio que le corresponde.

A) $f(x) = \sqrt{x-2}$

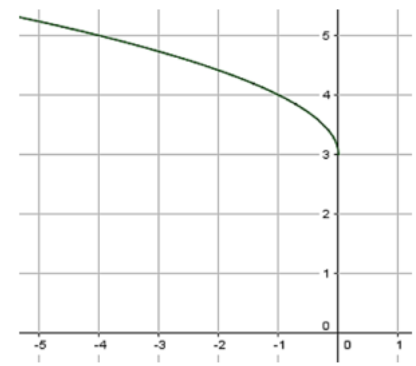
B) $f(x) = \sqrt{x+2}$

C) $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$

D) $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$

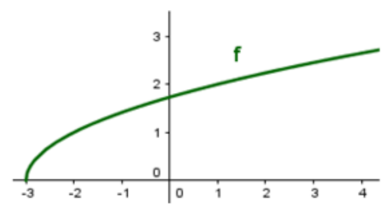


2)Escriba el criterio correspondiente para cada gráfica.



____

____



____

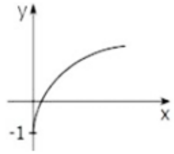
ACTIVIDAD #1: Marque con X la opción que representa la respuesta correcta

1)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x}-1$

B) $f(x)=\sqrt{x}+1$

C) $f(x)=\sqrt{x-1}$

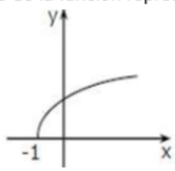


2)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x}+1$

B) $f(x)=\sqrt{x+1}$

C) $f(x)=\sqrt{x-1}$

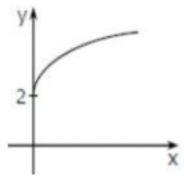


3)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x}+2$

B) $f(x)=\sqrt{x}-2$

C) $f(x)=\sqrt{x+2}$

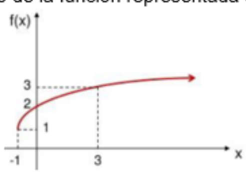


4)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x+1}+1$

B) $f(x)=\sqrt{x-1}+1$

C) $f(x)=\sqrt{x+1}-1$

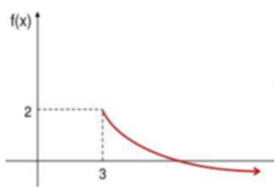


5)¿Cuál es el criterio de la función representada en la gráfica?

A) $f(x)=\sqrt{x+2}+3$

B) $f(x)=\sqrt{x-2}+3$

C) $f(x)=\sqrt{x-3}+2$



FUNCIÓN RAIZ CUADRADA Y SU INVERSA FUNCIÓN CUADRÁTICA

El criterio de la función raíz cuadrada de "x" viene dado de la forma $f(x)=\sqrt{x}$, siempre que $f:[0,+\infty[\rightarrow[0,+\infty[$. La gráfica de una función raíz cuadrada es inversa a la de una función cuadrática, cuyo dominio permite que sea inyectiva.

El proceso para determinar la inversa en funciones de este tipo es el mismo estudiado anteriormente. Veamos los siguientes ejemplos.

DETERMINE LA INVERSA DE:

$g(x)=\sqrt{x+5}$	$k(x)=\sqrt{x}-4$	$f(x)=x^2+9$	$h(x)=(x-7)^2$

ACTIVIDAD#1: Calcule el criterio de la función inversa de las siguientes funciones cuadráticas.

1) $g(x)=\sqrt{x}$	2) $f(x)=\sqrt{x+6}$	3) $f(x)=\sqrt{x-4}$
4) $f(x)=\sqrt{x}+10$	5) $f(x)=\sqrt{x}-5$	6) $f(x)=\sqrt{3x+1}$

7) $f(x)=x^2-6$	8) $f(x)=(x+7)^2$	9) $f(x)=3x^2-2$

ACTIVIDAD#2: Resuelva los siguientes problemas que involucran funciones de las estudiadas anteriormente.

Una fábrica de recipientes está por sacar uno que tiene forma de prisma recto de base cuadrada. El volumen "v" en centímetros cúbicos de cada recipiente está dado por $v(x)=8x^2$, donde "x" representa la medida en centímetros del lado de la base de cada adorno. Si se necesita conocer la medida del lado de la base de cada recipiente para luego empaquetarlos, entonces la medida "x(v)" en función del volumen "v" corresponde a

A) $x(v)=\sqrt{\frac{v}{8}}$ B) $x(v)=\frac{\sqrt{v}}{8}$ C) $x(v)=\sqrt{v-8}$

La mayor cantidad "A" de arbustos de cierta especie que se puede sembrar en un terreno, está dada por $A(x)=\sqrt{x}-3$, donde "x" es el área en metros cuadrados, que tiene el terreno con $15<x<50$. ¿Cuál es la mayor cantidad de arbustos de esa especie que se pueden sembrar en un terreno cuya área es 36 m²?

A) 3 B) 6 C) 9

En un experimento científico se determina que la cantidad aproximada [illegible] de bacterias, está dada por $n(x)=\sqrt{x+5}$, donde "x" representa [illegible] tiempo en horas, transcurrido desde que inició ese experimento con $0<x\le 20$.

¿Qué cantidad de bacterias aproximadamente hay al transcurrir 8 horas?

A) 360 B) 2800 C) 3600

TRABAJO COTIDIANO – Función raíz cuadrada	Valoración
Analiza y determina la inversa de la función con criterio $f(x)=a\sqrt{x+b}+c$	

HABILIDAD:

▸*Analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales.*

FUNCION EXPONENCIAL EN SU REPRESENTACIÓN TABULAR, GRÁFICA Y ALGEBRAICA

ACTIVIDAD DE INICIO:

Karla redacta un mensaje de texto y un minuto después, lo envía a sus dos mejores amigos. Al siguiente minuto, sus dos mejores amigos reenvían el mensaje a otras dos personas y estas a su vez hacen lo mismo después de otro minuto. La cadena de envíos del mensaje continúa creciendo cada minuto, cuando cada nuevo receptor del mensaje lo reenvía a otras dos personas.

De acuerdo con la información anterior, si "y" es la cantidad de receptores del mensaje, después de "x" minutos a partir del instante en que Karla redactó el mensaje, entonces, complete la siguiente tabla de valores y realice su gráfica:

X							
Y							

FUNCIÓN EXPONENCIAL

La función exponencial f con base a y variable x se denota mediante la expresión $f(x)=a^x$, donde $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^+$ en donde $a>0$, $a\neq 0$ y $a\neq 1$.

Algunas de sus aplicaciones:

La función exponencial se utiliza para modelar el crecimiento continuo de inversiones o deudas a lo largo del tiempo, como en el caso del interés compuesto.

En ciencias naturales, describe procesos de crecimiento o decrecimiento exponencial, como la desintegración radioactiva, el crecimiento de poblaciones o la difusión de sustancias en un medio.

Cuando un contenido se vuelve viral en una red social, su alcance tiende a crecer de manera rápida y exponencial a medida que más personas lo comparten y lo ven. Este crecimiento se asemeja al proceso exponencial, al menos en sus primeros días o semanas de publicación.

Para que una función sea exponencial, debe cumplir algunas carácterísticas:

La base debe ser un número positivo, pero distinto de uno.
Su variable "x" debe ser parte del exponente.
Por lo tanto ¿son funciones exponenciales las siguientes expresiones?

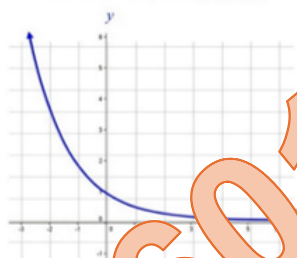
$f(x)=(-7)^{x+1}$ R/____.

$f(x)=(6x)^{5}$ R/____.

$h(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{4x}$ R/____

Si la base "a" es un valor entre cero y uno **(0<a<1)** obtenemos una gráfica **decreciente.**

Base entre cero y uno $(0<a<1)$



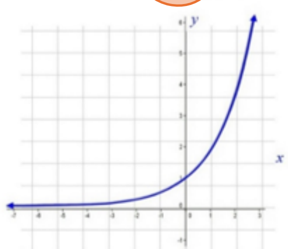
Veamos los ejemplos:

$f(x)=0{,}4^{x}$ $\quad h(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^{x}$ $\quad g(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^{x}$

En "h" al dividir 3÷4 = 0,75
En "g" al dividir 1÷5 = 0,2
Todas las bases son valores "entre 0 y 1".

Si la base "a" es un valor mayor que uno **(a>1)** obtenemos una gráfica **creciente.**

Base mayor que uno $(a>1)$

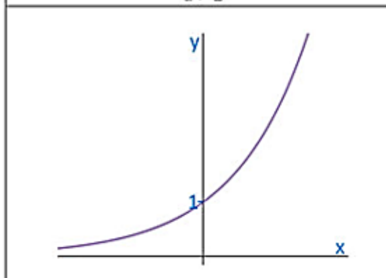
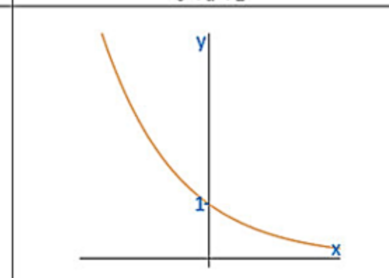


Veamos los ejemplos:

$f(x)=3^{x}$ $\quad h(x)=\left(\frac{13}{4}\right)^{x}$ $\quad g(x)=\left(\frac{6}{5}\right)^{x}$

En "h" al dividir 13÷4 = 3,25
En "g" al dividir 6÷5 = 1,2
Todas las bases son mayores que 1.

CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA FUNCIÓN $f(x)=a^{x}$	
Caso donde $a>1$	**Caso donde $0<a<1$**
a)Dominio:	a)Dominio:
b)Ámbito:	b)Ámbito:
c)La función es biyectiva.	c)La función es biyectiva.
d)Intersección con el eje X:	d)Intersección con el eje X:
e)Intersección con el eje Y:	e)Intersección con el eje Y:
f)Variación:	f)Variación:
g)Es asintótica:	g)Es asintótica:
Ejemplos:	**Ejemplos:**

a > 1	0 < a < 1
	

ACTIVIDAD#1: Determine cuales criterios se clasifican como funciones exponenciales. Anote sí o no.

$f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$	$f(x)=8^{-x}$	$f(x)=x^3$	$g(x)=0^x$
$f(x)=4^{5x}$	$h(x)=x^{8x}$	$f(x)=e^x$	$k(x)=(7,5)^x$
$f(x)=x^x$	$f(x)=(-\pi)^x$	$h(x)=75^{-x}$	$f(x)=1^x$
$f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$	$f(x)=\left(\frac{4}{7}\right)^{-2x}$	$f(x)=\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-x}$	$f(x)=\left(\frac{x}{5}\right)^{-2x}$

ACTIVIDAD#2: Clasifique las siguientes funciones exponenciales como crecientes o decrecientes.

$f(x)=9^x$	$f(x)=(0,4)^x$	$f(x)=7^{-x}$	$f(x)=(0,8)^{-x}$
$f(x)=(0,6)^x$	$m(x)=(2)^{-x}$	$f(x)=\left(\sqrt{2}\right)^x$	$k(x)=3^{-x}$
$h(x)=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$	$f(x)=\left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$	$g(x)=\left(\sqrt{5}\right)^{-x}$	$f(x)=(1,$[illegible]

TRABAJO COTIDIANO – Función Exponencial	Valoración
Determina si la función presentada es o no una función exponencial.	
Analiza algebraicamente las funciones exponenciales para determinar su crecimiento o decrecimiento.	

HABILIDADES

-Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial.
-Analizar gráfica y algebraicamente las funciones logarítmicas.

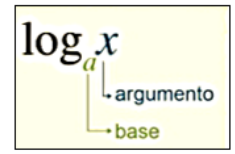
¿QUÉ ES UN LOGARITMO?

Un logaritmo es el exponente al cual es necesario elevar a una determinada cantidad positiva para que resulte un número determinado. También se le conoce como la función inversa a la función exponencial.

El logaritmo de argum[illegible]o "x" se define como $\log_a x = y$ si y solo sí $a^y = x$ para todo $x>0$, $a>0$, $a \neq 1$.

EJEMPLO[illegible]E LOGA[illegible]MOS Y SUS PARTES:

$\log_2 8 = 3$, [illegible]nd[illegible] la b[illegible]se, 8 el argumento y 3 es logaritmo.



[illegible]$=2$, [illegible]nde 5 es la base, 25 el argumento y 2 es logaritmo.

$\log_{\frac{1}{3}} 3$ [illegible] donde $\frac{1}{3}$ es la base, 3 el argumento y -1 es logaritmo.

LOGARITMO DECIMAL

$\log 1000 = 3$, donde 10 es la base, 1000 el argumento y 3 es logaritmo.

LOGARITMO NATURAL

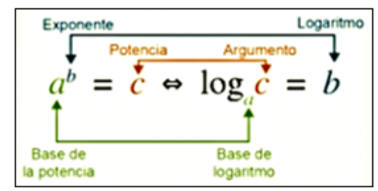
$\ln 8 = 2,08$, que es lo mismo que $\log_e 8 = 2,08$, donde "e" es la base, 8 el argumento y 2,08 es logaritmo.

CONVERSIÓN DE NOTACION EXPONENCAL A LOGARÍTMICA Y VICEVERSA

Una expresión exponencial puede convertirse a una expresión logarítmica y viceversa, siguiendo el siguiente esquema:

$\log_2 8 = 3$ en notación exponencial es $2^3 = 8$

$3^4 = 81$ en notación logarítmica es $\log_3 81 = 4$



ACTIVIDAD #1: Convierta de notación exponencial a logarítmica y viceversa.

1) $6^2 = 36$	**2)** $2^5 = 32$	**3)** $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
4) $5^{-2} = \frac{1}{25}$	**5)** $5^k = m$	**6)** $\log_3 6 = w$
7) $\log_3 27 = 3$	**8)** $\ln 14 = c$	**9)** $\log_4 k = 9$
10) $\log_m 50 = -2$	**11)** $\log 30 = x$	**12)** $w^5 = 12$

FUNCION LOGARÍTMICA

Si $f(x) = a^x$ tal que $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ entonces $f^{-1}(x) = \log_a x$ tal que $f^{-1}(x) = \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$.

Además $\log_a x = y$ si y solo sí $a^y = x$ para todo $x > 0$ y $y \in \mathbb{R}$. Por lo tanto, las funciones exponenciales y logarítmicas se consideran inversas.

Si $f(x) = 3^x$ entonces existe $f^{-1}(x) = \log_3(x)$

Si $h(x) = \log(x)$ entonces existe $h^{-1}(x) = 10^x$.

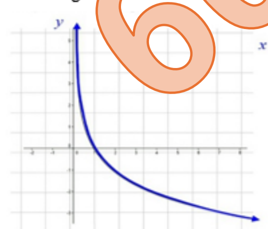
CARATERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Existen dos casos para las funciones de la forma $f(x) = \log_a x$ de acuerdo con la base.

Si la base "a" es un valor entre cero y uno **(0<a<1)** obtenemos una gráfica **decreciente.**

Veamos los ejemplos:

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ $\qquad$ $h(x) = \log_{0,3} x$



En "f" al dividir 1÷2 = 0,5
Todas las bases son valores "entre 0 y 1".

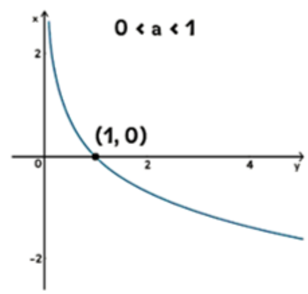
Si la base "a" es un valor mayor que uno **(a>1)** obtenemos una gráfica **creciente.**

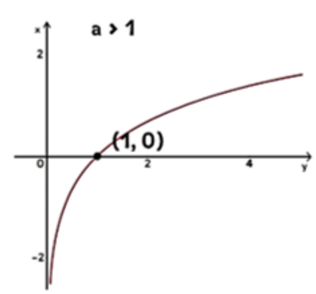
Veamos los ejemplos:

$f(x) = \log_{\frac{3}{2}} x$ $\qquad$ $h(x) = \log_4 x$

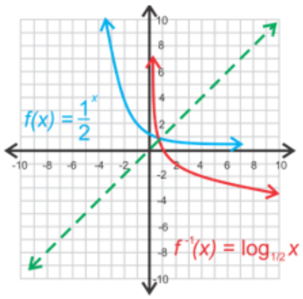
En "f" al dividir 3÷2 = 1,5
Todas las bases son mayores que 1.

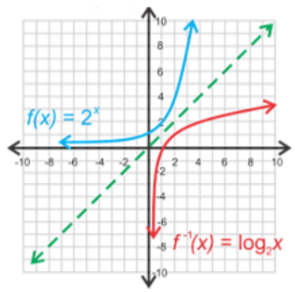
CARACTERÍSTICAS	
Caso donde $0 < a < 1$	**Caso donde** $a > 1$
a)Dominio:	a)Dominio:
b)Ámbito:	b)Ámbito:
c)La función es biyectiva.	c)La función es biyectiva.
d)Intersección con el eje X:	d)Intersección con el eje X:
e)Intersección con el eje Y:	e)Intersección con el eje Y:
f)Variación:	f)Variación:
g)Es asintótica:	g)Es asintótica:
Ejemplos:	**Ejemplos:**





Ya que conocemos la gráfica de la función logarítmica, comparemos la gráfica de su inversa en cada uno de sus dos casos.





Observemos la función $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, donde $f(-3)=8$, quiere decir que en su inversa $f^{-1}(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x)$ se cumple que $f^{-1}(8)=-3$.

ACTIVIDAD #2: Clasifique las siguientes funciones logarítmicas en creciente o decreciente:

1) $f(x)=\log_3 x$	2) $h(x)=\log_{\frac{3}{4}} x$	3) $f(x)=\log x$
4) $k(x)=\log_{\frac{5}{2}} x$	5) $z(x)=\log_{3,2} x$	6) $k(x)=\log_{\frac{5}{2}} x$
7) $r(x)=\ln x$	8) $g(x)=\log_{\frac{6}{5}} x$	9) $f(x)=\log_{0,3} x$

ACTIVIDAD #3: Responda lo que se solicita en cada caso.

a) ¿Cuál es el criterio de la inversa de $f(x)=6^x$? ____________________.

b) ¿Cuál es el criterio de la inversa de $h(x)=\log_4(x)$? ____________________.

c) ¿Cuál es el criterio de la inversa de $g(x)=\ln(x)$? ____________________.

d) ¿Cuál es el criterio de la inversa de $m(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^x$? ____________________.

TRABAJO COTIDIANO – Función Logarítmica y sus características	Valoración
Convierte expresiones exponenciales en logarítmicas y viceversa.	
Determina si una función logarítmica es creciente o decreciente según su criterio.	
Determina el criterio de la inversa en una función logarítmica o exponencial.	

RELACIONES Y ÁLGEBRA | UNDÉCIMO AÑO

HABILIDAD:

- *Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones exponenciales.*
- *Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales.*
- *Resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones logarítmicas.*
- *Utilizar logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales de la forma $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, a, b números reales positivos y distintos de 1, f, g polinomios de grado menor que 3.*
- *Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones logarítmicas*

ACTIVIDAD DE INICIO:

Lucía pagó ₡11 000 000 por un carro nuevo. Suponga que el valor del carro nuevo se deprecia a una tasa de 20% anual. Por lo tanto, dentro de un año, el valor del carro de Lucía será 80% de su valor actual. Es decir, dentro de un año su valor será $11000000\cdot(0,80)$, dentro de dos años será $11000000\cdot(0,80)\cdot(0,80) = 11000000\cdot(0,80)^2$, y así sucesivamente.

Por consiguiente, la fórmula para determinar el valor del carro nuevo en un momento dado es $v(t)=11\,000\,000(0,80)^t$, donde "t" es el tiempo en años.

a) Determine el valor del carro de Lucía dentro de:

A) Un año B) Tres años C) Siete años

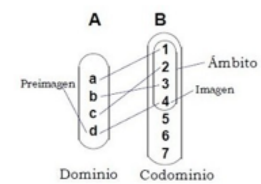
b) ¿Cuántos años deben pasar, para que el carro de Lucía adquiera un valor en el mercado de ₡2 883 584?

Para poder resolver situaciones como las anteriores, debemos recordar procedimientos básicos de las funciones, como lo es el cálculo de imagen y preimagen.

CÁLCULO DE IMAGEN:

Para calcular la imagen (y) en una función, necesitamos tener el criterio y una preimagen (x). Debemos realizar una sustitución del valor (preimagen) en la "x" del criterio.

¿Cuál es la imagen de -2 en $f(x)=\left(\frac{2}{5}\right)^x$?



CÁLCULO DE PREIMAGEN:
Para calcular la preimagen (x) en una función, necesitamos tener el criterio y una imagen (y). Esa imagen será el "resultado". Por lo tanto, se debe plantear y resolver una <u>ecuación exponencial</u>.

¿Cuál es la preimagen de 8 en $h(x)=2^{x+1}$?. Aunque se puede resolver usando la calculadora CASIO en su "modo ecuación", es importante manejar sus procedimientos paso a paso.

ECUACIONES EXPONENCIALES

Es una ecuación donde la incógnita aparece en los exponentes de potencias para ciertas bases constantes. El procedimiento básico consiste en tratar de buscar que las bases sean iguales.

En la ecuación $3^{x}=9^{x+4}$, el 9 puede convertirse en 3^{2}.

Entonces $3^{x}=3^{2(x+4)}$. Cuando las bases ya son iguales, se resuelve la ecuación resultante en los exponentes.

$$
\begin{aligned}
x &= 2(x+4) \\
x &= 2x+8 \\
x-2x &= 8 \\
-x &= 8 \\
x &= -8
\end{aligned}
$$

EJEMPLOS: Con la guía del docente, resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $2^{x+1}=8$	b) $4^{3x}=16$	c) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-5}=49$

ACTIVIDAD #1: Determine el conjunto solución de las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $3^{2x+5}=3^{3}$	**b)** $5^{x+6}=25$
c) $2^{x+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$	**d)** $8^{m+2}=\left(\frac{1}{4}\right)^{m}$
e) 3^{-} [illegible] 1	**f)** $\left(\frac{1}{16}\right)^{n}=32$
g) $125^{x}=5^{2x}$	**h)** $\left(\frac{1}{3}\right)^{-n}=27^{2x-3}$

Para resolver ciertas ecuaciones logarítmicas, es posible usar la conversión donde se cumple que $a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x$. De esta manera se convierte una ecuación exponencial básica en un logaritmo. En ocasiones se deben usar procesos algebraicos básicos de despeje. Con la guía del docente, resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales.

$3^x = 81$	$5^n = 40$	$4^{x-1} = 30$	$6^{m+4} = 10$
Se convierte en $\log_3 81 = x$ Y al calcular el logaritmo se concluye que x = 4.			

ACTIVIDAD #2: Determine el conjunto solución de las siguientes ecuaciones exponenciales, aplicando $a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x$.

a) $4^x = 64$	**b)** $2^x = 50$	**c)** $3^{n+3} = 81$
d) $5^{k-4} = 40$	**e)** $7^m = 100$	**f)** $3^{4x-1} = 26$

TRABAJO COTIDIANO – Ecuaciones Exponenciales	Valoración
Determina el conjunto solución al resolver ecuaciones exponenciales.	

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON FUNCIONES EXPONENCIALES

Dependiendo la situación planteada, es posible resolver el problema aplicando el típico "cálculo de imagen" por medio de una sustitución de variable, o "calculando la preimagen" resolviendo una ecuación exponencial.

EJEMPLO #1: La presión atmosférica "p" sobre un avión que se encuentra a una altura "x" en kilómetros sobre el nivel del mar está dada por $p(x) = 760e^{-0,145x}$. ¿Cuál es aproximadamente la presión sobre un avión que se encuentra a una altura de 20km sobre el nivel del mar?

EJEMPLO #2: Un elemento radiactivo que decae en su crecimiento f(t) después de un tiempo "t" en años satisface la fórmula $f(t) = 60 \cdot 2^{-0,02t}$. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que la cantidad de elemento radiactivo sea 32,15?

ACTIVIDAD#1: Resuelva los siguientes problemas.

1)Ana pagó ₡11 500 000 por un carro nuevo. Suponga que el valor del carro nuevo se deprecia a una tasa de 18% anual. Por lo tanto, dentro de un año, el valor del carro de Ana será 82% de su valor actual. Por consiguiente, la fórmula para determinar el valor del carro nuevo en un momento dado es $v(t) = 11500000 \cdot (0,82)^t$, donde "t" es el tiempo en años. Determine el valor del carro de Ana dentro de:

A)Dos años	B)Cinco años

2)En 1938 el biólogo Ludwing Von Bertalanffy desarrollo un modelo para calcular la longitud, en centímetros, de un pez que crece bajo condiciones ideales, por un periodo de t años. El pez llamado Barracuda tiene un desarrollo modelado por L = 198 - 197,1$e^{-0,23t}$
Si se utiliza el modelo de Bertalanffy para una barracuda normal, ¿cuál es la longitud aproximada, en centímetros, al cabo de 2 años?

3)La fórmula de interés compuesto que permite obtener el capital “C”, después de “t” años de invertir un capital inicial de ₡500000, a un interés del 8% y capitalizable continuamente, está dada por $C = 500000e^{0,08t}$. De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos años se requieren como mínimo, si se desea obtener un capital superior a ₡800 000?
A) 5
B) 6
C) 7
D) 8

Considere la siguiente información para responder los ítems 5 y 6:

Un elemento radiactivo va perdiendo su masa con el paso del tiempo, de acuerdo con la fórmula $M = 60 \cdot 2^{-0,02t}$, donde “M” es la masa, en miligramos, que tiene el elemento transcurridos “t” años, con $t \geq 0$.

4)¿Cuántos años deben transcurrir para que el elemento tenga una masa de 15mg?
A) 49
B) 60
C) 74
D) 100

5)¿Cuál es la masa, en miligramos, del elemento transcurridos 200 años?
A) 3,75
B) 6,67
C) 9,60
D) 13,33

6) El equilibrio térmico de cierto objeto con su medio, está dada por la ecuación $t = \frac{-1}{2}\ln\left(\frac{T}{75}\right)$, donde “T” es la temperatura en grados Celsius y “t” es el tiempo en horas. Si el objeto se expone a un nuevo ambiente y tarda 0,25 horas en alcanzar el equilibrio térmico con este, entonces, ¿cuál es aproximadamente la temperatura inicial, en grados Celsius, en el momento en que se expuso el objeto a su nuevo medio?
A) 2,85
B) 45,50
C) 84,99
D) 123,69

RELACIONES Y ÁLGEBRA | UNDÉCIMO AÑO

7) La relación entre el tiempo «t», en horas, y el crecimiento de una población «P» de amebas, está dada por $\log_2\left(\frac{P}{k}\right) = t$, donde « k » es la población inicial de amebas. Si se observa una población inicial de 6 amebas, entonces, ¿cuántas amebas habrá en 8 horas?
A) 48
B) 96
C) 384
D) 1536

8)El número de células “n” de cierto organismo se determina por $n(x) = \log_2 x$ donde “x” es el número de gametos de dicha especie. Si el organismo posee 4096 gametos, entonces, ¿Cuántas células posee?
A) 4
B) 8
C) 12
D) 4096

TRABAJO COTIDIANO – Problemas con Funciones Exponenciales y Logarítmicas.	Valoración
Plantea y resuelve problemas en contextos reales usando funciones exponenciales.	
Plantea y resuelve problemas en contextos reales usando funciones logarítmicas	
Aplica modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales y logarítmicas.	

EJERCICIOS ADICIONALES:

1) La cantidad de habitantes "P" de una región está dada por $P(t)=500000e^{0,02t}$ donde "t" es el tiempo en años a partir del inicio del estudio. ¿Cuál es aproximadamente la cantidad de habitantes que se proyecta a los quince años de iniciado el estudio?

A) 32 663

B) 370 409

C) 490 093

D) 674 929

2) La función dada por $f(x)=e^{0,23x}$ se utiliza para aproximar la cantidad (en millones) de bacterias presentes en un estanque de agua a las "x" horas que iniciaba una investigación. ¿Cuántos millones de bacterias habrá **aproximadamente** al cabo de cinco horas?

A) 2

B) 3

C) 6

D) 7

3) Considere la siguiente información:

Una empresa, proveedora de servicio de telefonía móvil, ha determinado [illegible] cua[illegible] una noticia es de interés popular, la cantidad "m(x)" de mensajes de [illegible] en[illegible]os p[illegible]os usuarios, a los "x" minutos después de dar a conocer la noticia, e[illegible] d[illegible] [illegible].

De acuerdo con la información anterior y tomando en cuenta que e[illegible]or de[illegible]da mensaje de texto es ₡2,5; ¿Cuánto dinero, en colones, recibe la empresa a lo[illegible]tos después de dar a conocer una noticia de interés popular?

A) 100

B) 320

C) 419 430

D) 2 621 440

4) Considere la siguiente información:

En un estudio, sobre una población inicial de 600 bacterias, se determina que la cantidad "f(t)" de bacterias, a las "t" horas después de haber iniciado ese estudio, está dada por $f(t)=600\cdot(3)^{\frac{t}{2}}$.

De acuerdo con la información anterior, ¿Cuántas horas deben transmitir, después de iniciado ese estudio, para que la población sea de 1800 bacterias?

A) 0,5

B) 1,0

C) 1,5

D) 2

5) En un experimento biológico se determina que la cantidad "$p(t)$" de células, a los "t" minutos de iniciado el experimento, estado por $p(t)=50\cdot5^{0,5t}$. ¿En cuántos minutos a partir del momento en que se inicia el experimento, habrá 1250 células?

A) 2

B) 4

C) 3,5

D) 4,5

6) La función f dada por $f(x)=5e^{-0,4x}$ se utiliza para determinar la cantidad de miligramos de cierto medicamento en el flujo sanguíneo de un paciente "x" horas después de su administración. Si un paciente se le inyecta dicho medicamento a la 1pm, entonces ¿Qué cantidad en miligramos de ese medicamento tendrá aproximadamente a las 3pm de ese mismo día?

A) 2,25

B) 0,56

C) 0,24

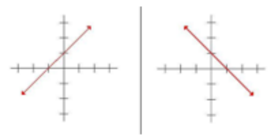
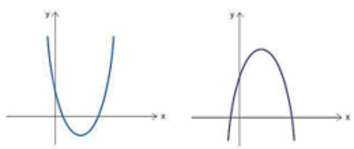
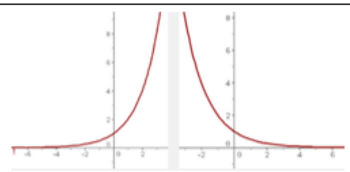
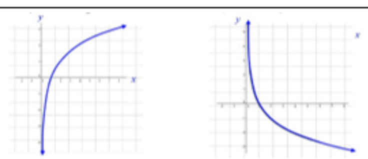
D) 0,12

HABILIDADES

➢Analizar el tipo de función que sirva de modelo para una situación dada.

FUNCIONES Y MODELIZACIÓN

Las funciones cuadráticas, lineales, exponenciales y logarítmicas son tipos fundamentales de funciones que se utilizan en matemáticas para modelar diversos fenómenos y resolver problemas en ciencia, ingeniería y economía, entre otros campos.

<table>
<tr><th>TIPO</th><th>REPRESENTACIÓN GRÁFICA</th><th>TIPOS DE GRÁFICAS</th></tr>
<tr><td>Función Lineal</td><td></td><td>Tanto en "x" como en "y" la diferencia de los valores consecutivos siempre es la misma.
<table>
<tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr>
<tr><td>y</td><td>25</td><td>20</td><td>15</td><td>10</td><td>5</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Función cuadrática</td><td></td><td>No tiene un ritmo definido, aunque en el "y" es muy posible ver valores repetidos.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td></tr>
<tr><td>y</td><td>9</td><td>1</td><td>0</td><td>9</td><td>16</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Función exponencial</td><td></td><td>El valor de "x" va a ritmo constante y puede ser positiva o negativa.
El valor de "y" siempre es positivo y aumenta a un ritmo más rápido. El cociente de valores consecutivos "y" es siempre igual.
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>y</td><td>2</td><td>4</td><td>8</td><td>16</td><td>32</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Función logarítmica</td><td></td><td>El valor de "x" siempre es positivo y aumenta a un ritmo más rápido. El cociente de valores consecutivos "x" es siempre igual
El valor de "y" va a ritmo constante y puede ser positiva o negativa.
<table>
<tr><td>x</td><td>3</td><td>9</td><td>27</td><td>81</td><td>243</td></tr>
<tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

EJEMPLOS:

1)Considere la siguiente representación de algunos valores de las funciones f,m,n,k e indique cual modelo se adapta a cada una (lineal, cuadrática, exponencial o logarítmica)

x	0	1	4	9	16
f(x)	3	4	5	6	7

____

x	20	30	40	50	60
m(x)	100	80	60	40	20

____

x	0	1	2	3	4
n(x)	1	3	9	27	81

____

x	-2	[illegible]	[illegible]	1	2
k(x)	1	[illegible]	[illegible]	4	6

____

2)Analice los siguientes contextos e indique cual modelo se adapta a cada uno (lineal, cuadrática, exponencial o logarítmica).

a)Se estudia el movimiento de un objeto que se lanza desde el suelo hacia arriba y luego vuelve a caer. La altura en relación con el tiempo sigue una trayectoria parabólica.

Tiempo (segundos)	Altura (metros)
0	10
1	15
2	12
3	5
4	0

b)Estás organizando una fiesta de cumpleaños y estás calculando el costo total en función del número de invitados. El costo por persona es fijo.

Número de invitados	Costo total (en dólares)
10	100
20	200
30	300
40	400
50	500

c)Estás analizando el crecimiento de una población de bacterias en un cultivo con condiciones óptimas de crecimiento.

Tiempo (horas)	Número de bacterias
0	100
1	200
2	400
3	800
4	1600

ACTIVIDAD #1:
A)Considere la siguiente representación de algunos valores de las funciones f,h,k,v e indique cual modelo se adapta a cada una (lineal, cuadrática, exponencial o logarítmica)

x	2	3	4	5	6
f(x)	10	12	15	16	15

____

x	1	2	3	4	5
h(x)	105	100	95	90	85

____

x	0	1	2	3	4
k(x)	1	4	16	64	256

____

x	243	81	27	9	3
v(x)	3	4	5	6	7

____

B)Analice cada uno de los siguientes contextos y marque con X el tipo de función que representa:

1) La altura alcanzada por un objeto lanzado verticalmente con una fuerza variable.

Tiempo (segundos)	0	1	2	3	4
Altura (metros)	3	6	7	6	3

¿Cuál es la función que mejor se adapta para describir la situación?
( ) Lineal ( ) Cuadrática ( ) Exponencial ( ) Logarítmica

2) Crecimiento de una población de células de un experimento en un laboratorio.

Tiempo (horas)	1	2	3	4	5
Número de células	100	300	900	2700	8100

¿Cuál es la función que mejor se adapta para describir la situación?
( ) Lineal ( ) Cuadrática ( ) Exponencial ( ) Logarítmica

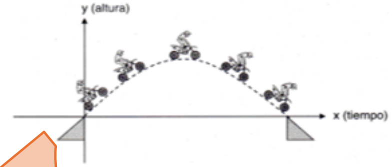
3)Pago del pasaje en un autobús respecto a la cantidad de personas que suban

Cantidad de pasajeros	1	2	3	4	5
Monto en colones	650	1300	1950	2600	3250

¿Cuál es la función que mejor se adapta para describir la situación?
( ) Lineal ( ) Cuadrática ( ) Exponencial ( ) Logarítmica

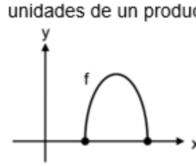
TRABAJO COTIDIANO –Funciones y Modelización	Valoración
Analiza y determina el tipo de función que sirva de modelo para una situación dada.	

EJERCICIOS ADICIONALES
1)Considere la siguiente imagen en la que aparece la secuencia de un salto en motocicleta:



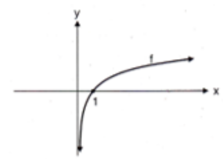
De acuerdo con la imagen anterior, la función que mejor se adapta para describir la altura que alcanza la motocicleta en función del tiempo, corresponde a una función
A) lineal. B) cuadrática. C) logarítmica. D) exponencial.

2)Considere la siguiente representación gráfica de una función f que corresponde a las ganancias "f(x)" de una empresa, en millones de colones, por la fabricación y venta de "x" unidades de un producto:



De acuerdo con la información anterior, el criterio de la función que mejor modelaría las ganancias de la empresa corresponde a
A) $f(x) = ax + b$, con $a \neq 0$ B) $f(x) = a^x$, con $a > 0$ y $a \neq 1$
C) $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ D) $f(x) = \log_a (x)$, con $a > 0$ y $a \neq 1$

3)Considere la siguiente representación gráfica referente a una función f:



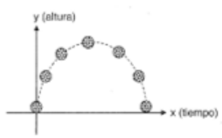
De acuerdo con la representación gráfica anterior, el criterio que mejor se adapta a la función f corresponde a
A) $f(x)=a^x$, con a>1 B) $f(x)=a^x$, con 0<a<1
C) $f(x)=\log_a(x)$, con a>1 D) $f(x)=\log_a(x)$, con 0<a<1

4)Considere la siguiente situación:

Jéssica redacta un mensaje de texto y un minuto después, lo envía a sus dos mejores amigos. Al siguiente minuto, sus dos mejores amigos reenvían el mensaje a otras dos personas y estas a su vez hacen lo mismo después de otro minuto. La cadena de envíos del mensaje continúa creciendo cada minuto, cuando cada nuevo receptor del mensaje lo reenvía a otras dos personas.
De acuerdo con la información anterior, si "y" es la cantidad de receptores del mensaje, después de "x" minutos a partir del instante en que Jéssica redactó el mensaje, entonces una ecuación que modela la situación anterior corresponde a

A) $y = 2x$
B) $y = 2^x$
C) $y = 2x^2$
D) $y = \log_2 (x)$

5)Considere la siguiente información:
Un juego consiste en lanzar un balón hacia arriba. El balón sigue una trayectoria en la cual la altura que alcanza cambia mientras transcurre el tiempo: el balón parte del suelo, se eleva hasta alcanzar una altura máxima y finalmente cae hasta que vuelve a tocar el suelo, tal y como se ilustra en la siguiente figura:



De acuerdo con la información anterior, si la fuerza de rozamiento del viento es despreciable, entonces el modelo que mejor se ajusta para describir la altura que alcanza el balón en función del tiempo, corresponde a una función.

A) lineal.
B) cuadrática.
C) logarítmica.
D) exponencial.

6)Considere la siguiente situación:
Luis es un vendedor de libros y recibe mensualmente un salario base de ₡400000, más una bonificación de ₡8000 por cada libro vendido. De acuerdo con la información anterior, el mejor modelo para representar la relación entre el salario mensual de Luis y la cantidad de libros que vende, corresponde a una función

A) lineal. B) cuadrática.
C) logarítmica. D) exponencial.

7)Considere la siguiente tabla referente a una función f:

x	f(x)
1	0
3	1
9	2
27	3

De acuerdo con la información anterior, el criterio de f corresponde a

A) $f(x) = 3^x$ B) $f(x) = 3x$
C) $f(x) = 2x^2$ D) $f(x) = \log_3 (x)$

8)Considere la siguiente información:
En un experimento sobre el crecimiento de ácaros, se seleccionan 1000 de ellos y se les proporciona alimento para su crecimiento y reproducción. En la siguiente tabla se registra semanalmente la cantidad de ácaros, durante tres semanas consecutivas:

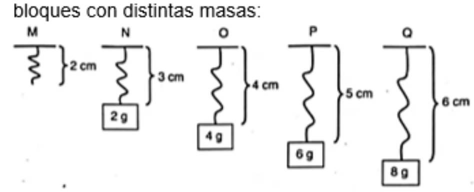
Cantidad "x" de semanas	Cantidad C(x) de ácaros
1	4000
2	7000
3	10000

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el criterio que mejor modela la cantidad de ácaros en función de la cantidad de semanas, luego después de seleccionar los 1000 ácaros?

A) $C(x) = 4000^x$ B) $C(x) = \dfrac{x - 1000}{3000}$

C) $C(x) = 3000x + 1000$ D) $C(x) = 1000x^2 + 3000$

9)Considere la siguiente información
Cada una de las siguientes figuras representa un resorte. en la figura M se muestra la longitud, en centímetros, de un resorte que **no** sostiene masa alguna, mientras que en cada una de las figuras N, O, P y Q se muestra la longitud del resorte, cuando este sostiene bloques con distintas masas:



De acuerdo con la información anterior, la función que mejor se adapta para describir la longitud en centímetros; del resorte en relación con la masa en gramos que sostiene, corresponde a una función

A) lineal
B) cuadrática
C) logarítmica
D) exponencial

10)Considere la siguiente información:

La cantidad "P(t) de bacterias presentes en un cultivo depende del tiempo "t", en minutos, transcurrido a partir del momento en que se inicia un experimento. En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de la relación que se da entre el tiempo transcurrido y la cantidad de bacterias:

Minutos	0	1	2	3	4	5
Cantidad de bacterias	25 000	30 000	36 000	43 200	51 8[illegible]	[illegible]2 208

De acuerdo con la información anterior, el criterio de la función que mejor se adapta para describir la relación entre la cantidad de bacterias y el tiempo, corresponde a:

A) $P(t) = \log_a(t)$, con $a > 1$

B) $P(t) = \log_a(t)$, con $0 < a < 1$

C) $P(t) = 25000 \cdot a^t$ con $a > 1$

D) $P(t) = 25000 \cdot a^t$ con $0 < a < 1$

11)Considere la siguiente información:

En un laboratorio se lleva el control de dos tipos de bacterias denominadas A y B. Uno de los controles consiste en registrar la cantidad de bacterias de cada tipo, a los "d" días de iniciado el experimento.

El experimento inició con una bacteria de cada tipo y el registro de la cantidad de bacterias, durante los primeros 5 días se resumen en las siguientes tablas:

Bacterias Tipo A

Día	[illegible]	1	2	3	4	5
Cantidad de bacterias	1	2	4	8	16	32

Bacterias Tipo B

Día	0	1	2	3	4	5
Cantidad de bacterias	1	16	31	46	61	76

De acuerdo con la información anterior. considere las siguientes proposiciones

I. La relación entre la cantidad de bacterias de tipo A y los días "d" transcurridos después de haber iniciado el experimento, se adapta mejor a un modelo que corresponde a una función exponencial.

II. La relación entre la cantidad de bacterias de tipo B y los días "d" transcurridos después de haber iniciado el experimento, se adapta mejor a un modelo que corresponde a una función logarítmica.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II