

# FOLLETO – GEOMETRÍA UNDÉCIMO AÑO / MÓDULO 74

\*SIMETRÍA AXIAL

\*PUNTOS, LADOS Y ÁNGULOS HOMÓLOGOS

\*TRANSFORMACIONES: REFLEXIÓN, HOMOTECIA, ROTACIÓN Y TRASLACIÓN

\*CONO CIRCULAR RECTO

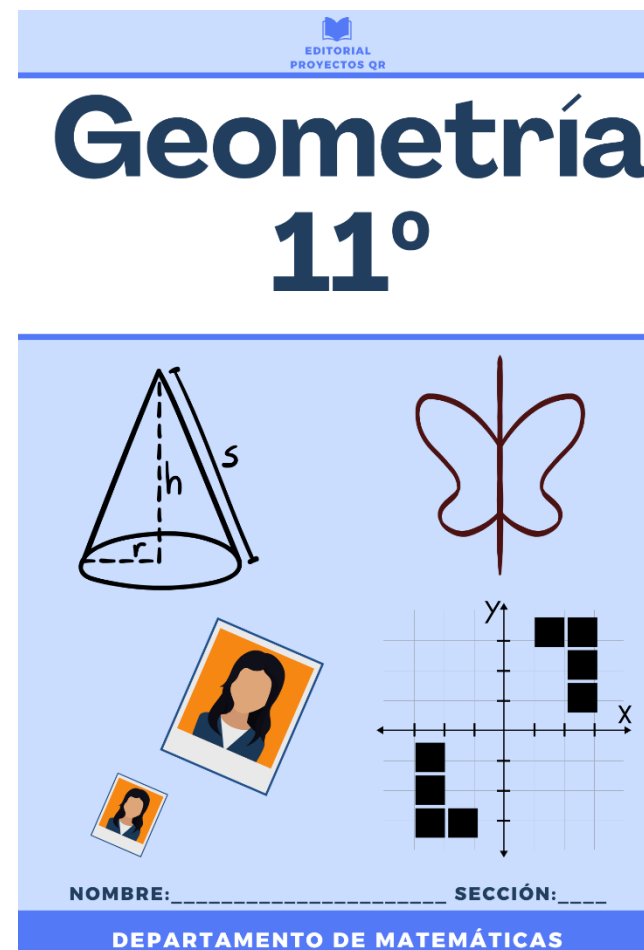
CONTACTO: 60147147

PRECIO: 4000 (42 páginas)

EL MATERIAL SE ENTREGA EN PDF Y

CON CIERTA PERSONALIZACIÓN EN SU ENCABEZADO

SE ENTREGA ESTA MUESTRA PARA QUE OBSERVE PRIMERO EL MATERIAL Y SUS EJERCICIOS ANTES DE ADQUIRIRLO



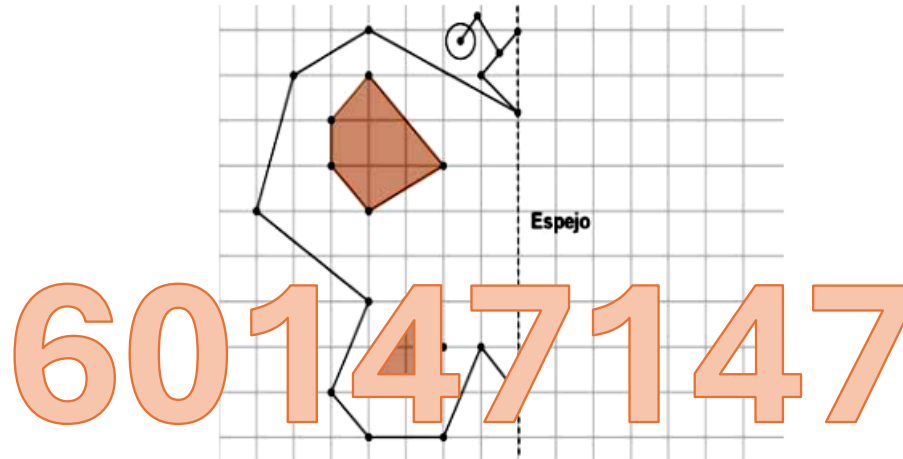
# GEOMETRÍA ANALÍTICA

## HABILIDADES:

- ▶ Determinar ejes de simetría en figuras simétricas.
- ▶ Identificar elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial.
- ▶ Trazar figuras simétricas utilizando un sistema de ejes coordenados en el plano.
- ▶ Resolver problemas relacionados con la simetría axial.

## ACTIVIDAD DE INICIO:

Si la línea punteada es un espejo, refleje la imagen de la izquierda al lado derecho.



¿Qué figura se forma?

¿Qué características tiene la figura?

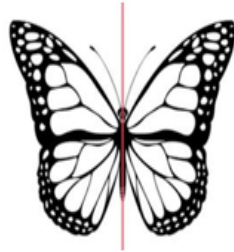
¿Considera la figura completada por usted, simétrica o asimétrica?

¿Qué figuras en su entorno presenta características similares?

Con lo aprendido en la actividad anterior, analice y caracterice cada una de las letras presentadas a continuación:

# GEOMETRIA

La simetría es un concepto fundamental en matemáticas y geometría, que describe una armonía y equilibrio en las proporciones y disposición de las partes de un objeto o figura. En el contexto de la geometría, una figura es simétrica si, al dividirla mediante una línea o plano (conocido como eje de simetría), las dos mitades resultantes son imágenes especulares una de la otra. Esta característica permite que las figuras simétricas presenten una estética particular y sean de especial interés en diversas áreas, como el arte, la arquitectura y la naturaleza.



### Definición de Eje de Simetría

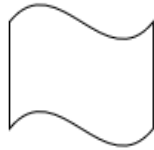
Un eje de simetría es una línea imaginaria que divide una figura en dos partes que son imágenes especulares exactas entre sí. Dependiendo de la figura, puede haber varios ejes de simetría o ninguno. En el siguiente vídeo (código QR), se muestran algunos ejemplos de figuras que tienen uno o varios ejes de simetría.



**ACTIVIDAD#1:** Utilizando regla y lápiz, trace TODOS los ejes de simetría que considere, tiene cada una de las siguientes figuras y anote en el renglón, la cantidad de ejes encontrada.



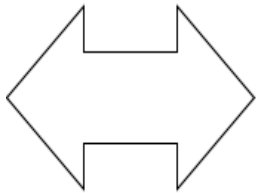
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



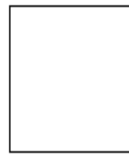
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

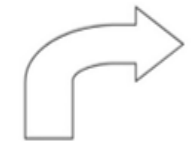
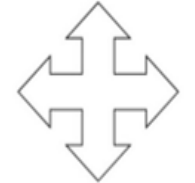
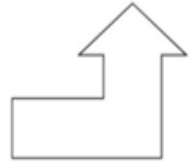
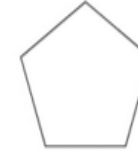


\_\_\_\_\_



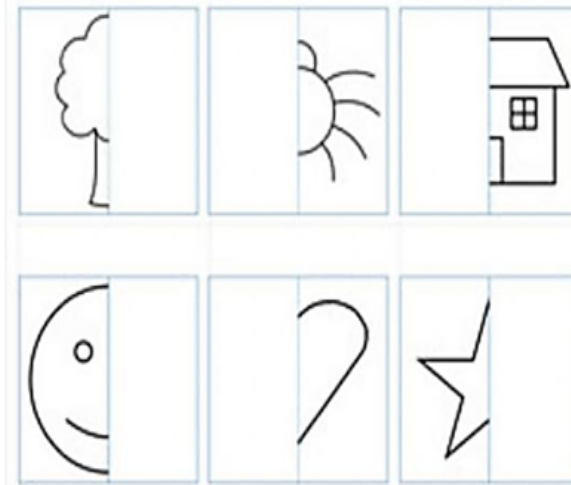
\_\_\_\_\_

**ACTIVIDAD#2:** Determine si las siguientes figuras son simétricas. Anote sí o no. Si considera que la figura es simétrica, trace un eje de simetría.



60147147

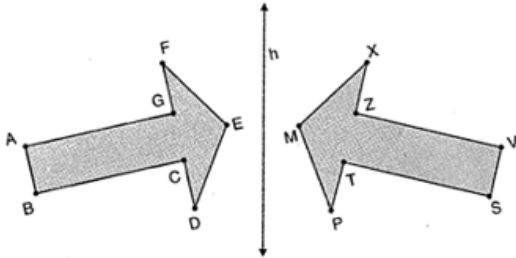
**ACTIVIDAD #3:** Complete las siguientes figuras, aplicando el conocimiento de simetría.



## SIMETRÍA AXIAL

Es una línea imaginaria que, al dividir una figura cualquiera, lo hace en dos partes donde los puntos simétricos son equidistantes a dicho eje, donde hace corresponder a cada punto A (preimagen) del plano con otro punto A' (imagen).

En una figura simétrica, podemos determinar elementos homólogos, como se muestra a continuación:



### IMAGEN Y PREIMAGEN DE UNA FIGURA

La imagen de una figura es su reflexión simétrica. Cada punto de la figura original (preimagen) tiene su correspondiente imagen en la figura que resulta de la reflexión simétrica.

### PUNTOS, LADOS Y ÁNGULOS HOMÓLOGOS

Un elemento se considera homólogo a otro elemento, cuando ambos tienen una característica común.

**Puntos homólogos:** son equidistantes al eje de simetría.

**Ángulos homólogos:** son congruentes entre sí, sus vértices son equidistantes al eje de simetría.

**Lados homólogos:** son congruentes entre sí.

Con la guía del docente y con los datos de la figura anterior, complete el siguiente cuadro.

PREIMAGEN/IMAGEN	PUNTOS HOMÓLOGOS	ÁNGULOS HOMÓLOGOS	LADOS HOMÓLOGOS

**ACTIVIDAD#3:** Determine los vértices, lados y ángulos homólogos de las siguientes figuras que presentan simetría axial.

<p>a)</p>	<p>b)</p>
<p>1)El lado AB es homólogo con el lado _____.</p> <p>2)El <math>\overline{GE}</math> es homólogo con _____.</p> <p>3)El punto F es homólogo con el punto _____.</p> <p>4)El <math>\angle C</math> es homólogo con el _____.</p> <p>5)El <math>\angle GFE</math> es homólogo con el _____.</p> <p>6)El punto E es homólogo con el punto _____.</p>	<p>1)El punto F es homólogo con el punto _____.</p> <p>2)El punto A es homólogo con el punto _____.</p> <p>3)El lado AB es homólogo con el lado _____.</p> <p>4)El <math>\overline{AC}</math> es homólogo con _____.</p> <p>5)El <math>\angle C</math> es homólogo con el _____.</p> <p>6)El <math>\angle DFE</math> es homólogo con el _____.</p>

**ACTIVIDAD#4:** Dibuja la imagen de cada una de las siguientes figuras.

<p>a)</p>	<p>b)</p>	<p>c)</p>

**TRAZANDO FIGURAS SIMÉTRICAS EN EL PLANO CARTESIANO**

Cualquier figura en el plano cartesiano con un eje de simetría definido, puede generar una imagen simétrica. Solamente se debe definir el eje de simetría correspondiente.

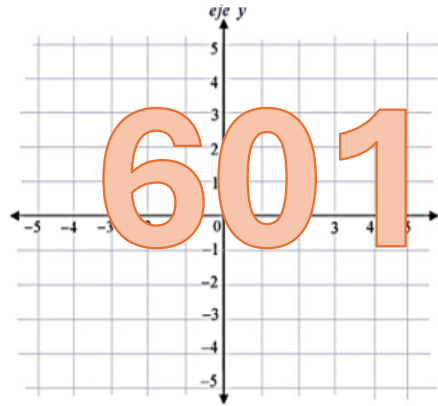
Por ahora se trabajará con 3 ejes de simetría: eje Y, eje X y la función identidad  $y=x$ .

**EJEMPLO #1:** Si los puntos  $M(2,-1)$ ,  $Q(1,-2)$ ,  $P(3,-1)$ ,  $R(3,-4)$  corresponden a un  $\square MQPR$  en un sistema de coordenadas. Trace el cuadrilátero  $MQPR$ .

A) Considerando el eje Y como el eje de simetría. Determine los puntos  $M'$ ,  $Q'$ ,  $P'$  y  $R'$ .

B) Considerando el eje X como el eje de simetría. Determine el nuevo cuadrilátero  $ABCD$ .

C) Considere la función  $y=x$  como el eje de simetría. Determine el nuevo cuadrilátero  $LNKF$ .



**Conclusiones:** observe lo sucedido con el punto  $M(2,-1)$ . Para definir los puntos homólogos según su eje de simetría, se podría concluir:

Si el eje de simetría es el eje Y : el punto  $M(2,-1)$  se reflejó en  $M'(-2,-1)$ , solamente cambió el signo de "x".

Si el eje de simetría es el eje X : el punto  $M(2,-1)$  se reflejó en  $A(2,1)$ , solamente cambió el signo de "y".

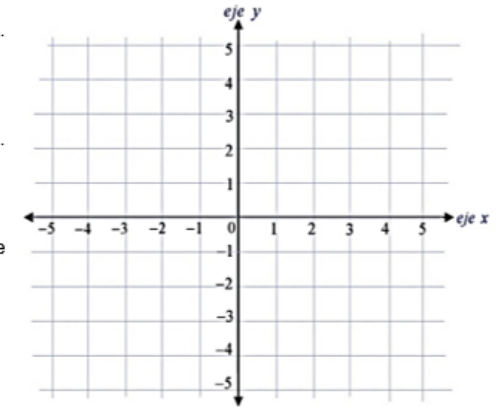
Si el eje de simetría es la recta  $Y=X$  : el punto  $M(2,-1)$  se reflejó en  $L(-1,2)$ , entonces el cambio fue de "posición".

**ACTIVIDAD #5:** Si los puntos  $A(2,-4)$ ,  $B(1,-3)$ ,  $C(4,-1)$ ,  $D(2,0)$  corresponden a una figura en un sistema de coordenadas. Trace la figura original.

A) Considerando el eje Y como el eje de simetría. Determine los puntos  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  y  $D'$ .

B) Considerando el eje X como el eje de simetría. Determine los puntos  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  y  $D'$ .

C) Considere la función  $y=x$  como el eje de simetría. Determine los puntos  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  y  $D'$ .

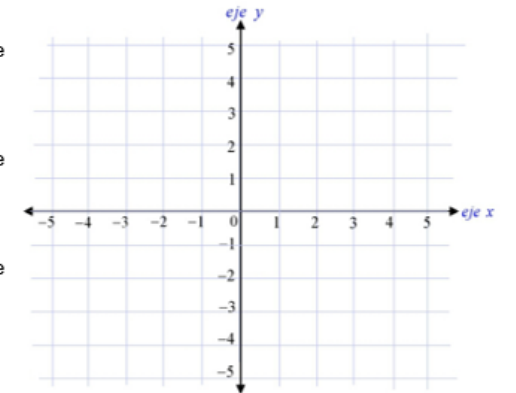


**ACTIVIDAD#6:** Si los puntos  $M(-5,5)$ ,  $Q(-3,4)$ ,  $P(-5,1)$ , corresponden a una figura en un sistema de coordenadas. Trace la figura original.

A) Considerando el eje Y como el eje de simetría. Determine los puntos  $M'$ ,  $Q'$ , y  $P'$ .

B) Considerando el eje X como el eje de simetría. Determine los puntos  $M'$ ,  $Q'$ , y  $P'$ .

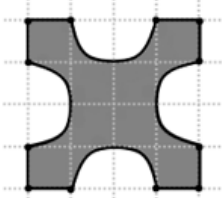
C) Considere la función  $y=x$  como el eje de simetría. Determine los puntos  $M'$ ,  $Q'$ , y  $P'$ .



TRABAJO COTIDIANO – Ejes de Simetría y Elementos Homólogos	Valoración
Determina correctamente la cantidad de ejes de simetría en figuras simétricas.	
Identifica elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial.	
Traza figuras simétricas utilizando un sistema de ejes coordenados en el plano.	
Resuelve problemas y ejercicios relacionados con la simetría axial.	

EJERCICIOS ADICIONALES

1) Considere la siguiente figura formada por ocho segmentos y cuatro semicircunferencias congruentes:



Con base en la información anterior, ¿cuántos ejes de simetría en total se pueden determinar en la figura?

- A) Más de 4
- B) Menos de 2
- C) Exactamente 2
- D) Exactamente 4

2) Considere las siguientes letras:

F J K M

¿En cuál de ellas se puede trazar solamente UN eje de simetría?

- A) F
- B) J
- C) K
- D) M



3) Considere la siguiente figura



¿Cuántos ejes de simetría en total se pueden determinar en la figura?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 8



60147147

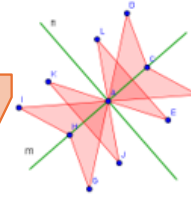
4) Considere el siguiente rombo:



¿Cuántos ejes de simetría se pueden trazar en total en el rombo anterior?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

5) Analice la siguiente figura:



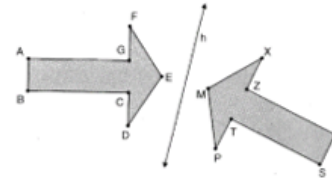
Con base en la figura adjunta, donde se han trazado dos ejes de simetría, considere las siguientes proposiciones:

- I. El punto D es el homólogo del punto I con respecto a m.
- II. El punto E es el homólogo del punto J con respecto a n.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

6) Considere la siguiente figura, referente a dos polígonos que presentan simetría axial con respecto a la recta h



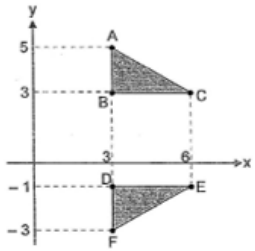
El ángulo homólogo con  $\angle GFE$

corresponde a

- A)  $\angle CDE$
- B)  $\angle ZXM$
- C)  $\angle TPM$
- D)  $\angle XZV$



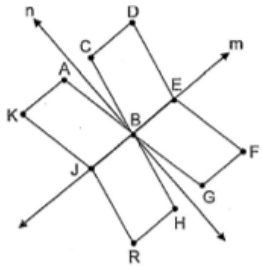
7) Considere la siguiente información de la siguiente representación gráfica en la cual se muestran los triángulos rectángulos ABC y FDE:



De acuerdo con la información dada el triángulo ABC presenta simetría axial con el triángulo FDE respecto a la recta dada por

- A)  $y = 0$
- B)  $y = 1$
- C)  $x = 1$
- D)  $x = 3$

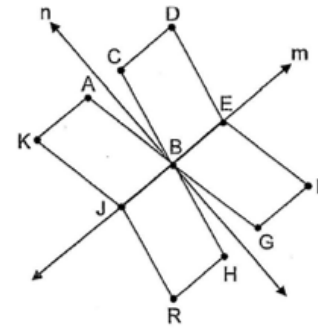
8) Considere la siguiente figura la cual presenta simetría axial respecto a la recta "n" como a la recta "m":



Con respecto a la recta "n", el ángulo homólogo con  $\angle KAB$  corresponde a  $\angle$  \_\_\_\_.

- A) FGB
- B) AKJ
- C) DCB
- D) RHB

Para responder los ítems 9 y 10 considere la siguiente figura la cual presenta simetría axial respecto a la recta "n" como a la recta "m":



9) Un segmento homólogo con  $\overline{CD}$ , respecto a la recta "m", corresponde a

- A)  $\overline{RH}$
- B)  $\overline{ED}$
- C)  $\overline{AK}$
- D)  $\overline{GF}$

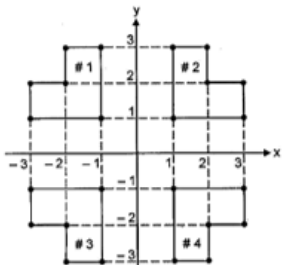
10) Con respecto a la recta "m", el punto homólogo de H corresponde a

- A) G
- B) F
- C) R
- D) A





Para responder los ítems 11, 12 y 13 considere las siguientes cuatro figuras



11) Considere las siguientes proposiciones

- I. Las figuras #1 y #2 son simétricas entre sí con respecto al eje "y".
- II. Las figuras #2 y #4 son simétricas entre sí con respecto al eje "x".

De ellas son verdaderas

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

12) Las figuras #1 y #4 son simétricas con respecto a la recta

- A)  $x = 0$
- B)  $y = 0$
- C)  $y = x$
- D)  $y = -x$

13) Si las figuras #1 y #3 son simétricas con respecto al eje "x", entonces, las coordenadas del punto homólogo con  $(-2, 2)$  corresponden a

- A)  $(2, 2)$
- B)  $(-2, 2)$
- C)  $(2, -2)$
- D)  $(-2, -2)$



60147147

**HABILIDADES:**

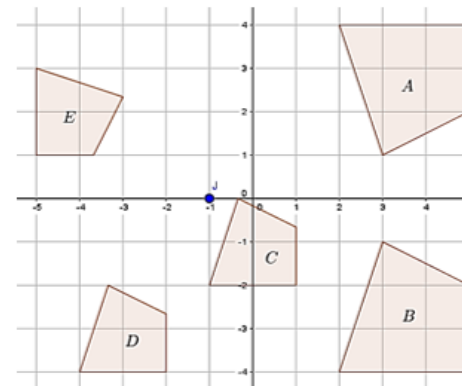
- ▶ Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas.
- ▶ Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter una figura a una traslación, rotación u homotecia o combinaciones de ellas.
- ▶ Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones.
- ▶ Trazar la imagen reflejada de una figura dada con respecto a una recta.
- ▶ Trazar la imagen de una figura dada si se la somete a una rotación.
- ▶ Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación.
- ▶ Resolver problemas relacionados con diversas transformaciones en el plano.

**TRANSFORMACIONES EN EL PLANO**

**ACTIVIDAD DE INICIO:**

Analice la siguiente figura donde hay 5 cuadriláteros, siendo A la figura original o punto de partida. Responda en lenguaje sencillo cada pregunta.

- a) ¿Qué sucedió en A para que se formara B?
- b) ¿Qué sucedió en C para que se formara D?



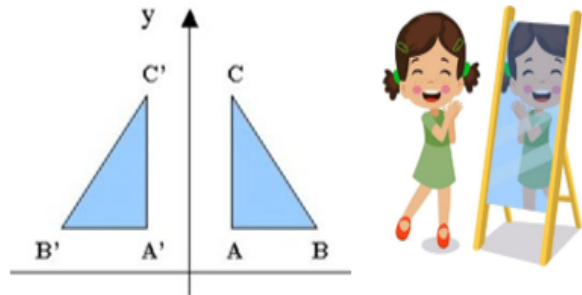
- c) ¿Qué pasó en C para quedar en D?
- d) ¿Qué le sucedió a D para quedar como E?



Una figura en el plano sufre una transformación cuando cambia de posición. Todas ellas mantienen la forma de las figuras, pero podría disminuir el tamaño y cambiar la figura de posición.

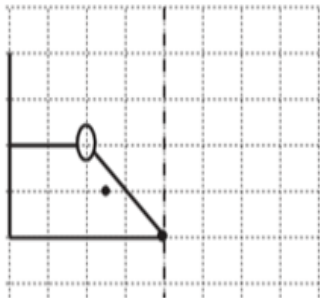
**REFLEXION:**

Es el proceso de trasladar o copiar todos los puntos de una figura a otra posición equidistante de una recta denominada "eje de simetría". El resultado es una imagen especular (espejo) de la figura original. La reflexión es congruente a la imagen original.



Cuando te miras en un espejo, tu imagen se refleja en la superficie del espejo. La imagen reflejada es una transformación especular de ti mismo: tu mano derecha en el espejo parece ser la izquierda en la realidad, y viceversa.

Anteriormente habíamos estudiado la reflexión, en el momento que nos ocupamos de las figuras geométricas basados en un eje de simetría, como en esta situación:



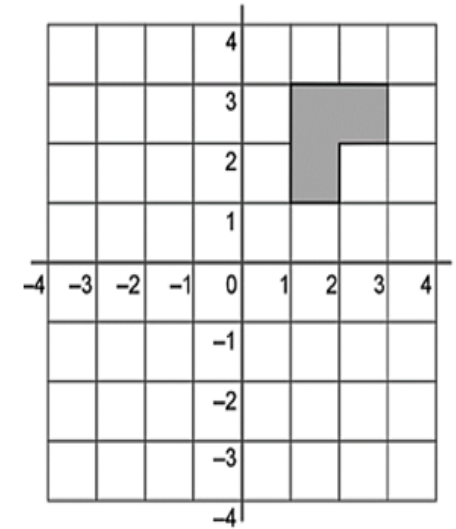
Cuando se trabajan figuras en el plano podemos utilizar ciertas técnicas para deducir las imágenes de los puntos involucrados, dependiendo si el eje de simetría es el eje x, el eje y o la función  $y=x$ .

Cuando el eje de simetría es el eje X: si tenemos el punto  $A(3,4)$  su reflejo será  $A'(3,-4)$ .

Cuando el eje de simetría es el eje Y: si tenemos el punto  $B(5,-6)$  su reflejo será  $B'(-5,-6)$ .

Cuando el eje de simetría es  $y = x$ : si tenemos el punto  $M(4,-7)$  su reflejo será  $M'(-7,4)$ .

**EJEMPLO #1:** Aplique la reflexión de la siguiente figura tanto con el eje "x" como con el eje "y". Observe como cambian los pares ordenados de los vértices respecto a la figura original.



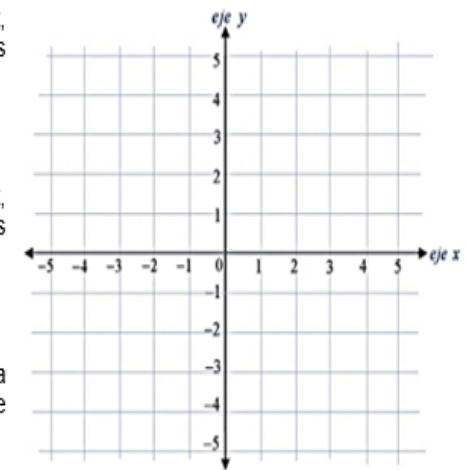
60147147

**EJEMPLO #2:** Considere el  $\triangle ABC$  con coordenadas  $A(-1,4)$ ;  $B(-3,0)$  y  $C(-4,3)$ .

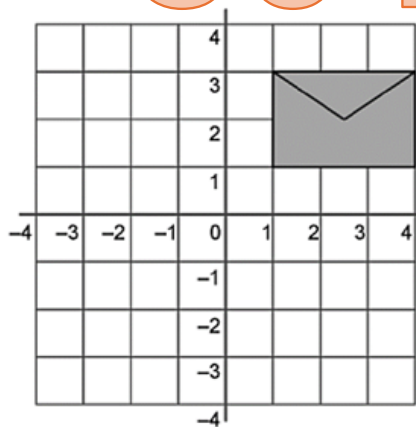
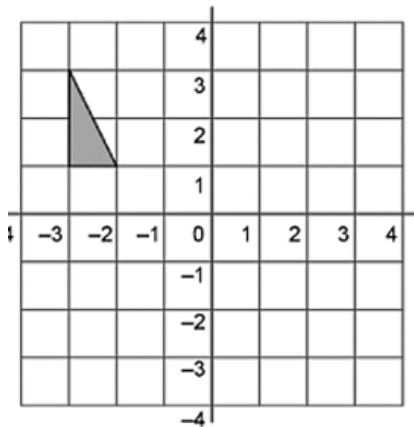
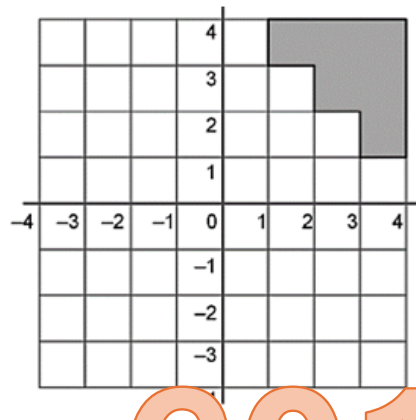
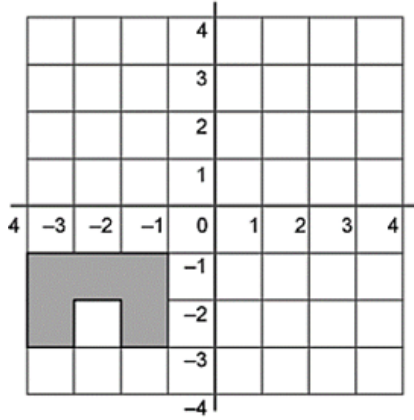
A) Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle A'B'C'$ ?

B) Si se le aplica una reflexión con el eje y, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle A'B'C'$ ?

C) Si se le aplica una reflexión respecto a la función  $y=x$ , ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle A'B'C'$ ?



**ACTIVIDAD #1:** Aplique reflexión con el eje "x" y eje "y" en las siguientes figuras y representelas en cada plano.



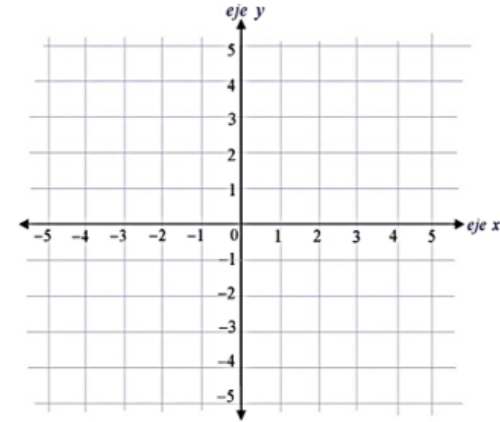
60147147

**ACTIVIDAD #2:** Considere el  $\triangle MNK$  con coordenadas  $M(3,-2)$ ;  $N(3,-5)$  y  $K(1,-3)$ . Represente tanto la figura original como sus reflejos en el plano cartesiano.

A) Si se le aplica una reflexión con el eje y, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle M'N'K'$ ?

B) Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle M'N'K'$ ?

C) Si se le aplica una reflexión respecto a la función  $y=x$ , ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\triangle M'N'K'$ ?



**ACTIVIDAD #3:** Considere el  $\square ABCK$  con coordenadas  $A(-2,-5)$ ;  $B(-5,2)$ ;  $C(6,1)$ ;  $K(4,-2)$ .

A) Si se le aplica una reflexión con el eje x, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\square A'B'C'K'$ ?

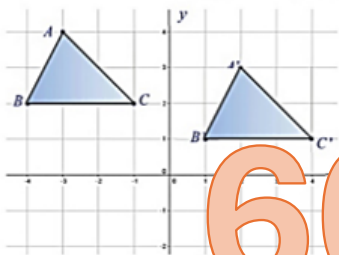
B) Si se le aplica una reflexión con el eje y, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\square A'B'C'K'$ ?

C) Si se le aplica una reflexión respecto a la función  $y=x$ , ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de  $\square A'B'C'K'$ ?

**TRASLACIÓN:**

Es un movimiento donde cada punto de la figura se mueve en la misma distancia y dirección. Si se aplica una traslación se obtiene una figura congruente a la original, solo que en otra posición.

Aquí se puede usar la misma técnica usada cuando se trasladaba el centro de una circunferencia.



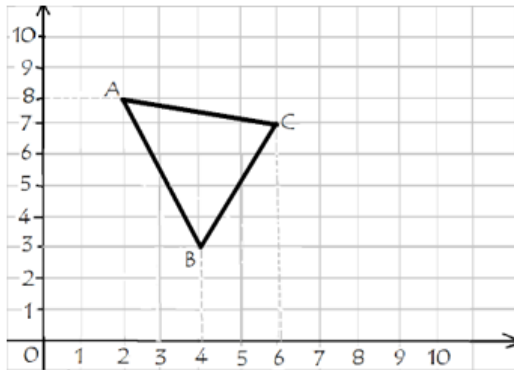
Al caminar de una habitación a otra, estás realizando una traslación en el espacio. Igualmente, cuando se hace Canopy, que nos trasladamos de una torre a otra. En un inicio cambia a medida que nos mueves, pero conservas la forma y la orientación relativa al entorno.

60147147

**EJEMPLO #1:** De acuerdo con la siguiente figura:

a) Anote la ubicación de los vértices del triángulo ABC:

A            B            C

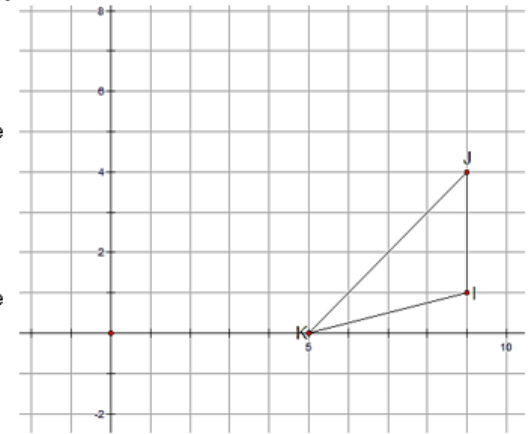


b) Si se hace una traslación de la figura cuatro unidades a la derecha y dos unidades hacia abajo. ¿Cuáles serían las coordenadas de los nuevos vértices? Trace la nueva figura en el plano.

**ACTIVIDAD #1:** De acuerdo con el  $\Delta KJI$ :

a) Anote la ubicación de los vértices del triángulo KJI.  
K \_\_\_\_ I \_\_\_\_ J \_\_\_\_

b) Realice una traslación  $v(-5, 3)$  donde su imagen sea el  $\Delta LMN$ . Trace la figura.



Realice otra traslación  $z(-3, -1)$  donde su imagen sea el  $\Delta ABC$ . Trace la figura.

**ACTIVIDAD #2:** Para un  $\Delta ABC$  donde  $A(4,5)$ ,  $B(4,8)$  y  $C(3,6)$ , escriba las nuevas coordenadas, si se traslada cuatro unidades a la izquierda y una unidad hacia arriba.

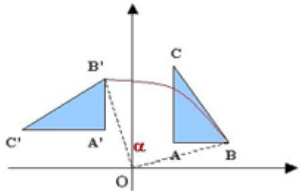
**ACTIVIDAD #3:** Para un  $\square MNFP$  donde  $M(1,3)$ ,  $N(1,0)$ ,  $F(6,1)$ ,  $P(3,3)$  escriba las nuevas coordenadas, si se traslada tres unidades a la derecha y siete unidades hacia abajo.

**ACTIVIDAD #4:** Para un  $\square ABCD$ , donde  $A(0,0)$ ,  $B(0,3)$ ,  $C(3,0)$  y  $D(3,4)$  si se traslada según el vector  $v(-6,3)$ :

5.1) ¿Cuál es la ubicación de la imagen de B?      5.2) ¿Cuál es la ubicación de la imagen de D?

**ROTACIÓN:**

Es girar de un centro. La distancia del centro a cualquier punto de la figura es la misma. Consiste en realizar un giro a una figura geométrica dada según el ángulo de giro indicado, respecto a un punto determinado. Se obtiene también una figura congruente. Para realizar la rotación de un punto en el plano dependen del ángulo de rotación y del sentido de rotación (horario o antihorario).



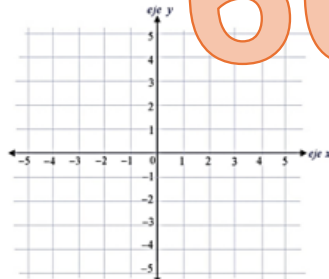
Cuando un molino de viento está en funcionamiento, las aspas giran alrededor de un eje central. Esta rotación de las aspas es lo que permite que el molino capture la energía eólica y la convierta en energía mecánica para, por ejemplo, moler granos o bombear agua.

Se van a trabajar con rotaciones donde el centro de rotación es el origen del plano (0,0).

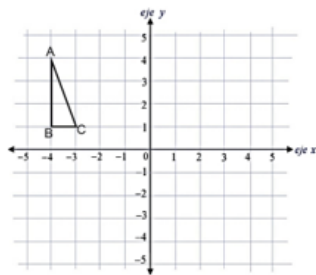
ROTACIÓN EN SENTIDO HORARIO / MANECILLAS DEL RELOJ (Hacia la derecha)				
Ángulo de Rotación	90°	180°	270°	360°
A(x,y)	(y,-x)	(-x,-y)	(-y,x)	(x,y)
ROTACIÓN EN SENTIDO ANTI-HORARIO / OPUESTA A LAS MANECILLAS DEL RELOJ (Hacia la izquierda)				
Ángulo de Rotación	90°	180°	270°	360°
A(x,y)	(-y,x)	(-x,-y)	(y,-x)	(x,y)

**EJEMPLO #1:** Aplique la rotación correspondiente a cada uno de los siguientes puntos. Representélos en el plano.

Si al punto A(2,3) se le aplica una rotación de 90° en sentido horario:



Si al punto M(-5,1) se le aplica una rotación de 180° en sentido anti-horario:



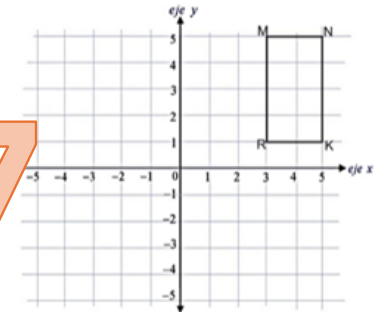
Si al punto K(0,4) se le aplica una rotación hacia la izquierda de 270°:

**EJEMPLO #2:** Para el  $\triangle ABC$  que se presenta en la figura, realice una rotación de 270° en sentido anti-horario y represente la nueva figura en el plano.

**ACTIVIDAD #1:** Para cada uno de los casos, aplique la respectiva rotación del punto dado.

- a) Si se aplica un giro de 90° en sentido antihorario a B(4,5) : \_\_\_\_\_.
- b) Si se aplica un giro de 180° en sentido antihorario a N(-3,-7) : \_\_\_\_\_.
- c) Si se aplica un giro de 270° en sentido antihorario a K(0,3) : \_\_\_\_\_.
- d) Si se aplica un giro de 360° en sentido de las manecillas del reloj a E(1,3) : \_\_\_\_\_.
- e) Aplique un giro de 180° hacia la izquierda a M(-6,3) : \_\_\_\_\_.
- f) Aplique un giro de 90° en sentido opuesto a las manecillas del reloj a D(-1,5) : \_\_\_\_\_.
- g) Aplique un giro de 270° en sentido opuesto a las manecillas del reloj a R(-1,-7) : \_\_\_\_\_.

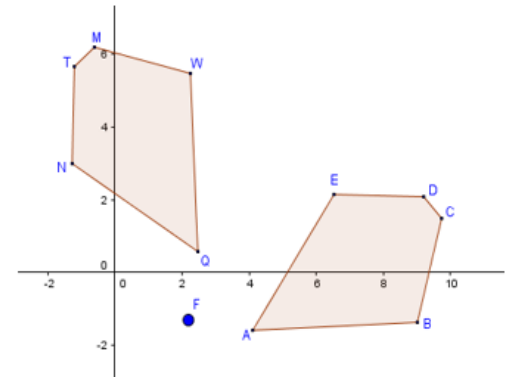
**ACTIVIDAD #2:** Para el  $\square MNKR$  que se presenta en la figura, realice una rotación de 90° en sentido horario y represente la nueva figura en el plano.



60147147

**ACTIVIDAD #3:** Para la figura adjunta, resuelva los siguientes ejercicios.

- a) Escriba F o V según corresponda:
  - EI  $\overline{ED}$  es homólogo con el  $\overline{TN}$  (    )
  - EI  $\angle TNQ$  es homólogo con el  $\angle AED$  (    )
  - El vértice T es homólogo con el C ( )
  - EI  $\angle Q$  es homólogo con el  $\angle A$  (    )

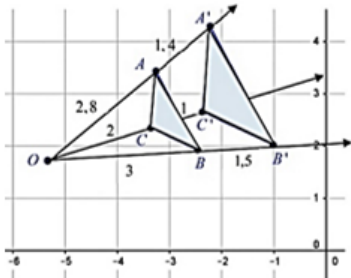


b) Complete la siguiente tabla:

Preimagen	Imagen
Q	
T	
N	
M	
W	

**HOMOTECIA:**

La homotecia transforma una figura plana en otra figura de igual forma (semejante), pero de mayor o menor tamaño según el valor de la razón "k".



Cuando cambias el tamaño de una fotografía, ya sea para hacerla más pequeña o más grande, estás aplicando una homotecia. La forma y la estructura de la imagen se conservan, pero se escala proporcionalmente.

El valor de "k" o la razón de homotecia nos indica como va a cambiar la figura.

Si el valor de "k" es un valor entre cero y uno la figura se hace más pequeña.  $k = 0,3$

Si el valor de "k" es mayor que uno, la figura se hace más grande.  $k = 7 = \frac{4}{3}$

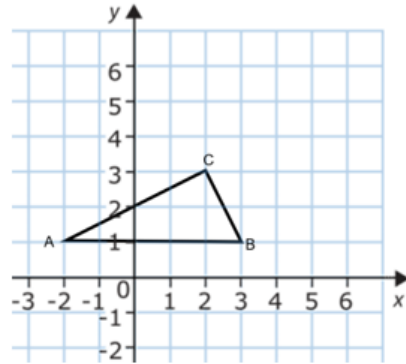
60147147

**EJEMPLO #1:** Transforme el  $\triangle ABC$  mediante una homotecia de centro en el origen del plano cartesiano y razón  $k=2$ .

a) Anote la ubicación de los 3 vértices del triángulo original.

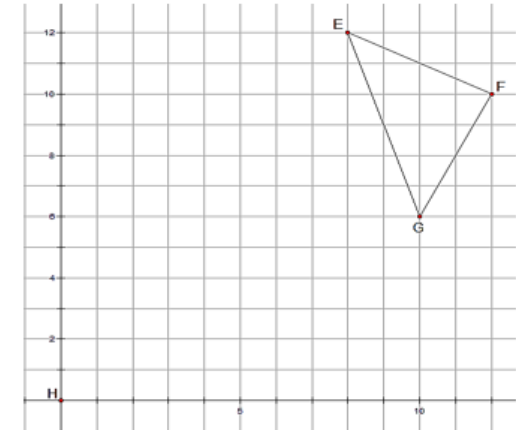
A                  B                  C

b) Cuáles son los nuevos puntos al aplicar la razón de homotecia? Trace el nuevo triángulo en el plano.



**ACTIVIDAD #1:** Transforme el  $\triangle EFG$  mediante una homotecia centrada en el origen (0,0) donde  $k = 0,5$ .

Al concluir, se debe cumplir que la imagen del  $\triangle EFG$  debe ser el  $\triangle RQS$ .



**ACTIVIDAD #2:** Resuelva los siguientes ejercicios

a) Transforme el triángulo ABD mediante una homotecia de centro en el origen y razón 3, si sus vértices son A(-3,2) B(4,2) y D(1,-3). ¿Cuál es la ubicación de los nuevos puntos?

b) Transforme el cuadrilátero ABCD mediante una homotecia de centro en el origen y razón -4, si sus vértices son A(2,6), B(4,10), C(6,2), D(8,4). ¿Cuál es la ubicación de los nuevos puntos?

**ACTIVIDAD DE CIERRE:**

**A) Marque con X la respuesta correcta.**

1) ¿Qué tipo de transformación experimenta una imagen cuando la volteas para verla al revés?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

2) ¿Qué transformación se realiza cuando trasladas un libro de una mesa a otra?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

3) ¿Qué transformación se aplica cuando le das zoom una imagen para hacerla más grande en tu celular?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

4) ¿Qué tipo de transformación se observa cuando un coche gira en una intersección?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

5) ¿Cuál es la transformación geométrica involucrada cuando observas un paisaje en un espejo?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

6) ¿Qué tipo de transformación se experimenta cuando se abre o se cierra una puerta?

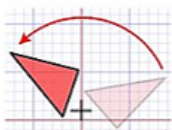
- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

7) ¿Cuál es la transformación aplicada cuando se amplía o se reduce un mapa?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

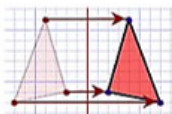
8) ¿Cuál es la transformación que se representa en la figura?

- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación

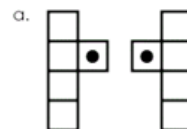


9) ¿Cuál es la transformación que se representa en la figura?

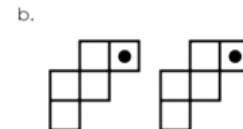
- a) Reflexión
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación



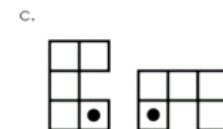
**B) Añote en el renglón la transformación correspondiente, ya sea: rotación, traslación o reflexión.**



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



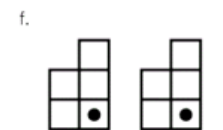
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



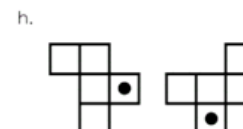
\_\_\_\_\_



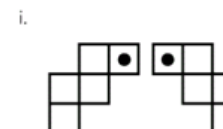
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

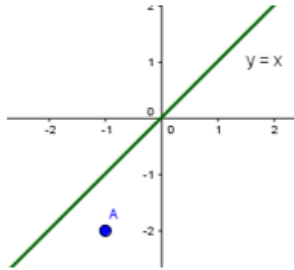
60147147

TRABAJO COTIDIANO – Transformaciones en el plano.	Valoración
Aplica el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas.	
Traza la imagen de una figura que se obtiene al aplicarle una homotecia, rotación, reflexión o traslación.	
Determina el punto imagen de puntos dados mediante una transformación.	
Resuelve ejercicios relacionados con diversas transformaciones en el plano.	



EJERCICIOS ADICIONALES.

1) Considere la siguiente figura:



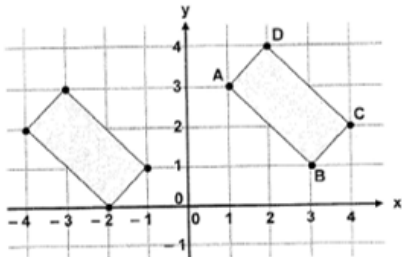
Si se busca la reflexión del punto A con respecto a la recta  $y = x$ , este correspondería al punto:

- A) (1, -2)
- B) (-1, 2)
- C) (-2, -1)
- D) (2, -1)

2) Al reflejar el punto  $(-2, -8)$  sobre la recta  $y = x$ , se obtiene el punto:

- A) (8, -2)
- B) (-8, 2)
- C) (8, 2)
- D) (-8, -2)

3) Considere la siguiente ilustración, donde la figura de la izquierda es producto de una traslación de la figura de la derecha:

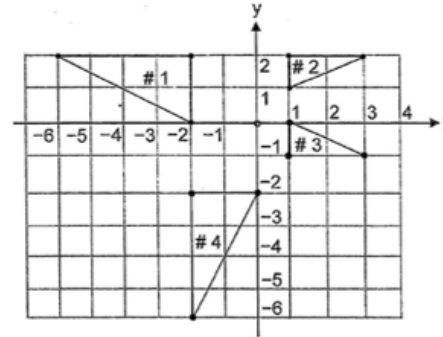


La imagen de A corresponde al punto

- A) (-1, 1)
- B) (-2, 0)
- C) (-3, 3)
- D) (-4, 2)



Para responder los ítems 4, 5 y 6 considere la siguiente información



4) Si se le aplica una única transformación al triángulo #1 y se obtiene el triángulo #3 entonces esa transformación se denomina

- A) rotación
- B) reflexión
- C) traslación
- D) homotecia



5) Si se le aplica una única transformación al triángulo #1 y se obtiene el triángulo #4 entonces esa transformación se denomina

- A) reflexión sobre  $y = -x$ .
- B) homotecia con centro en el origen de coordenada.
- C) traslación de 2 unidades hacia abajo paralelo al eje.
- D) rotación de 90 grados centrado en el origen de coordenadas y sentido anti horario.



6) Si el triángulo #3 es el resultado de aplicar una única transformación al triángulo #2, entonces, el punto imagen de  $(1, 2)$  corresponde a

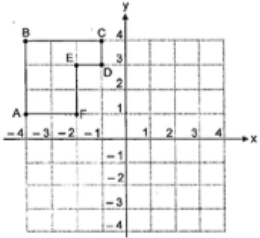
- A) (1, 0)
- B) (3, 0)
- C) (1, -1)
- D) (3, -1)



60147147



Para responder los ítems 7 y 8 considere la siguiente representación gráfica del polígono BAFEDC:



7) ¿Qué segmento del polígono BAFEDC permanece invariante al aplicarle a dicho polígono una reflexión respecto a la recta  $x = -1$ ?

- A)  $\overline{AF}$
- B)  $\overline{ED}$
- C)  $\overline{FE}$
- D)  $\overline{DC}$

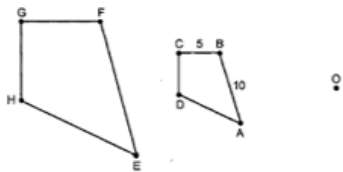


8) Si al polígono BAFEDC se aplica una rotación de  $90^\circ$  en la misma dirección de las manecillas del reloj (hacia la derecha), con centro en el origen, entonces, ¿cuál es el par ordenado que corresponde al punto imagen del vértice A?

- A) (1,4)
- B) (4,1)
- C) (-1,-4)
- D) (-4,-1)



9) Al polígono EFGH se le aplica una homotecia de centro O y de razón  $\frac{1}{2}$  y se obtiene el polígono ABCD:



De acuerdo con la información dada ¿cuál es la medida de  $\overline{EF}$ ?

- A) 15
- B) 20
- C) 25
- D) 30

60147147

**HABILIDADES:**

- Identificar la superficie lateral, la base, la altura, el radio y el diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto.
- Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto y características métricas de ellas.
- Reconocer elipses, parábolas e hipérbolas en diferentes contextos.
- Plantear y resolver problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base.

**CONO CIRCULAR RECTO**

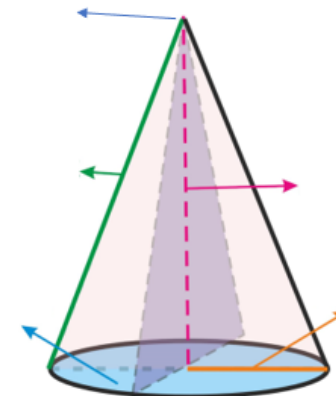
Imagina que tienes un cono de helado en la mano, se comen solamente el helado que sobresale. Cuando cortas el helado con un cuchillo, obtienes diferentes secciones planas del cono:

¿Qué figura se forma si lo cortas horizontalmente?

¿Qué figura se forma si lo cortas verticalmente?

¿Qué figura se forma si lo cortas diagonalmente?

¿Puedes mencionar algunas partes del cono?



## ¿QUÉ ES UN CONO CIRCULAR RECTO?

Cuerpo geométrico formado por una superficie lateral curva y cerrada, que termina en un vértice, y un plano que forma su base.

Se le llama también “cono de revolución” porque puede considerarse engendrado por la revolución completa de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

### ¿Cuáles son las partes de un cono?

**Vértice o cúspide:** es el punto único en el extremo del cono.

**Altura:** es la distancia del vértice al centro de la base en forma perpendicular.

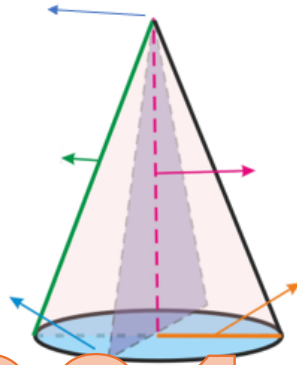
**Generatriz:** es la distancia del vértice a un punto de la circunferencia.

**Base:** es el círculo que se forma con el cateto (radio) si giramos el triángulo rectángulo.

**Superficie lateral:** corresponde a la superficie “que tocamos” del cono. Su figura es un sector circular.



**Radio de la base:** es la distancia desde el centro de la circunferencia de la base del cono hasta cualquier punto de esa circunferencia. También tenemos el **diámetro**, que pasa por el centro de la circunferencia de la base y equivale a la medida de dos radios.



60147147

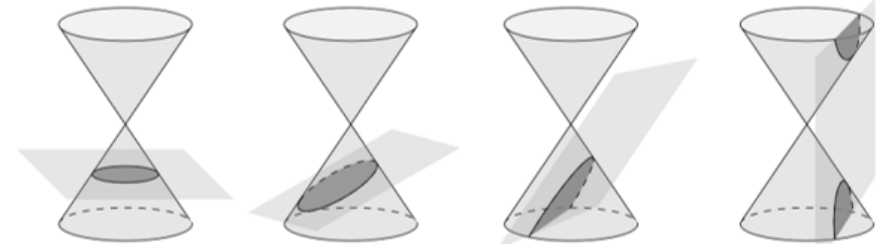
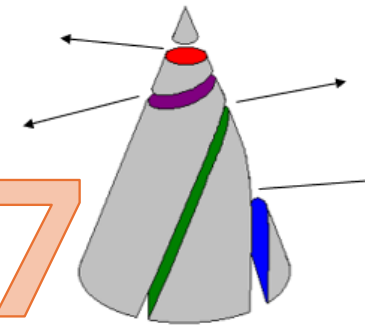
## SECCIONES PLANAS DE UN CONO

**Circunferencia:** Si cortas el cono de manera paralela a su base, obtendrás una sección plana en forma de círculo.

**Elipse:** Si cortas el cono de manera oblicua a su eje central pero no paralelo a la base, obtendrás una sección plana en forma de elipse. Esta sección elíptica es una curva cerrada.

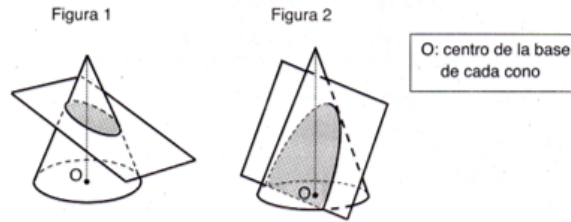
**Parábola:** Si cortas el cono paralelo a una de sus generatrices (sin pasar por el vértice), obtendrás una sección plana en forma de parábola. Esta sección tiene una curva abierta.

**Hipérbola:** Si cortas el cono de manera perpendicular a la base del cono, sin pasar por el vértice se forma una hipérbola.



**ACTIVIDAD #1: Basándose en la información del cuadro anterior, conteste:**

1) Considere las siguientes figuras, las cuales corresponden a dos conos circulares rectos que son intersecados, cada uno, por un plano diferente:

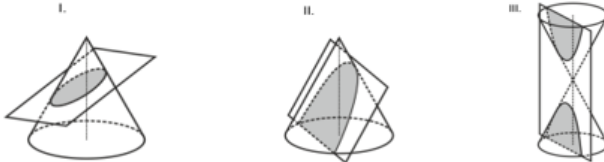


Considere las siguientes proposiciones:

- I. En la figura 1, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una parábola.
  - II. En la figura 2, la intersección entre el plano y el cono corresponde a una elipse.
- De ellas, ¿Cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

2) Considere las siguientes figuras que representan la intersección entre conos y planos:



De acuerdo con las figuras anteriores, las intersecciones determinan las secciones planas denominadas

- A) I. elipse, II. hipérbola y III. parábola.
- B) I. elipse, II. parábola y III. hipérbola.
- C) I. circunferencia, II. elipse y III. parábola.
- D) I. circunferencia, II. hipérbola y III. Parábola

3) Considere las siguientes proposiciones acerca de un cono circular recto de vértice V.

- I. La intersección entre el cono y un plano paralelo al plano de la base del cono corresponde a una elipse.
- II. La intersección entre el cono y un plano perpendicular al plano de la base del cono, sin pasar por el vértice, es una hipérbola.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

4) Considere la siguiente figura, referente a un cono circular recto cortado por un plano  $\alpha$  oblicuo con respecto a la base y sin cortarla:



De acuerdo con la información anterior, la intersección del plano con el cono corresponde a una sección plana denominada

- A) elipse
- B) parábola
- C) hipérbola
- D) circunferencia

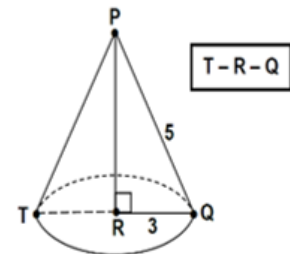
5) Contestar las preguntas 5 y 6 con la siguiente figura:

¿Cómo se llama el segmento RP?

- A) Generatriz
- B) Radio
- C) Diámetro
- D) Altura

6) Si el segmento RQ mide 3, ¿Cuánto mide el diámetro de la base?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6



60147147

TRABAJO COTIDIANO – Cono Circular Recto y sus secciones planas	Valoración
Identifica la base, altura, radio, diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto.	
Determina que figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto	

## PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN AL CONO CIRCULAR RECTO

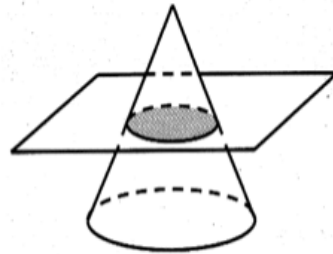
### ACTIVIDAD DE INICIO:

Si tenemos un cono circular recto con una altura de 12 cm. El radio de la base mide 5. Si el cono es cortado exactamente por la mitad de su altura con un plano paralelo a la base, intente contestar las siguientes preguntas:

a) ¿Cuánto mide la altura del nuevo cono que se forma con el corte?

b) ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia que se forma en el corte?

c) ¿Cuánto mide el diámetro, tanto de la circunferencia de la base como la de la circunferencia que se forma con el corte?



d) ¿Puede calcular la medida de la generatriz del cono que se formó con el corte (el pequeño)?

60147147

### FÓRMULAS ÚTILES QUE DEBEMOS TENER PRESENTE

La longitud de circunferencia del cono se calcula con  $c = 2 \cdot \pi \cdot r$ , donde "r" representa el radio de la circunferencia. En el contexto del círculo, la longitud de circunferencia representa el perímetro de ese círculo.

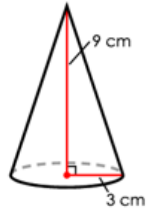
Para calcular el área del círculo se usa  $A = \pi \cdot r^2$ , donde "r" es el radio.

También, es posible usar la famosa "regla de tres" o el "Teorema de Pitágoras" para resolver alguna situación.



### EJEMPLO #1:

Si al siguiente cono circular recto se le realiza un corte con un plano paralelo a su base, a una distancia de 4cm de su base. ¿Cuál es la medida aproximada del radio del nuevo cono que se forma?



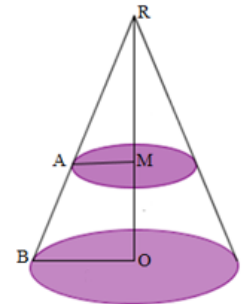
### EJEMPLO #2:

El siguiente cono fue cortado con un plano paralelo a su base, donde  $RM = 15$ ,  $MO = 8$ , además  $RA = 27$ . Calcule:

a) ¿Cuál es la medida de la generatriz RB?

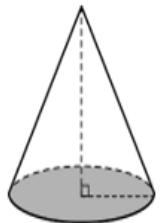
b) ¿Cuánto mide aproximadamente el radio de la base?

c) Calcule el área aproximada de la base de centro O del cono?



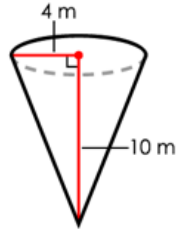
### EJEMPLO 3:

Si la medida de la altura del cono circular recto es 20, la medida del diámetro de la base del cono es 10 y la distancia entre la base del cono y el plano que lo corta es 8, entonces, ¿Cuál es el diámetro de la circunferencia que se forma de la intersección del cono y el plano?



**ACTIVIDAD#1: Resuelva los siguientes ejercicios.**

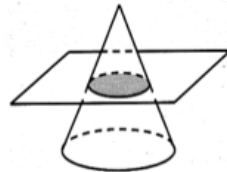
1) Calcule la medida de la generatriz y el diámetro del siguiente cono representado en la figura.



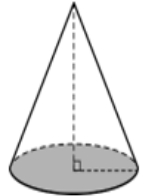
2) Determine la medida de la altura del siguiente cono circular recto.



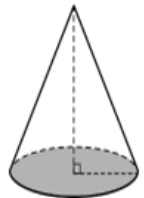
3) Dado un cono de altura 50 cm y radio de la base 10 cm, determine la medida del radio de la circunferencia que se obtiene si se hace un corte con un plano paralelo al plano de la base. La distancia que hay entre el corte y la cúspide es de 6 cm.



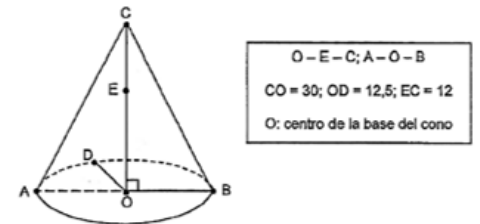
4) Si un cono tiene una altura de 18 cm y el diámetro de su base mide 14 cm. Se realiza un corte con un plano paralelo a la base, con una distancia de 3 cm el corte y la base. ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia que se obtiene con el corte?



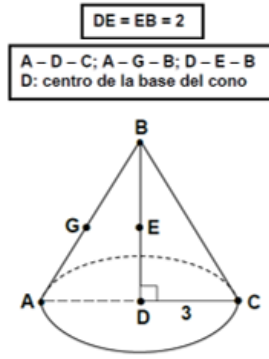
5) Un cono tiene una generatriz de 20 cm y una altura de 17 cm. Se realiza un corte con un plano paralelo a la base. El corte se realizó a 5 cm de la cúspide. ¿Cuál es la medida de la generatriz del nuevo cono que se forma con el corte?



6) Si se corta este cono con un plano que contiene a E y que es paralelo al plano que contiene la base del cono, entonces, ¿cuál es el área de la sección plana que resulta de dicha intersección?



7) Si un plano paralelo a la base del cono contiene a los puntos G y E, entonces, ¿cuál es el área de la longitud de la sección plana que resulta de dicha intersección?



8) En la fiesta de cumpleaños de Carlos, su mamá decidió elaborar sombreritos, en forma de cono circular recto. Como se muestra en la siguiente figura, el cual tiene 16 cm de altura y una generatriz de 20 cm. ¿cuál es el diámetro (en cm), aproximadamente, de la circunferencia mayor que se forma en la boca o abertura del sombrero?

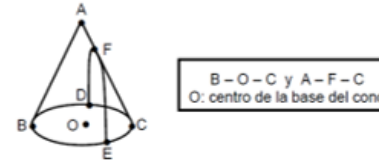


60147147

TRABAJO COTIDIANO – Problemas y ejercicios con el Cono Circular Recto	Valoración
Plantea y resuelve problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base.	

### EJERCICIOS ADICIONALES

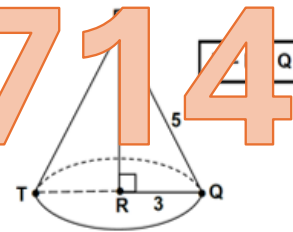
1) Se ilustra un cono circular recto y una sección plana, producto de la intersección de dicho cono con un plano perpendicular a la base de este:



¿Cuál es el nombre de la sección plana que se muestra en la figura dada?

- A) Elipse
- B) Parábola
- C) Hipérbola
- D) Circunferencia

Con base a la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 2 y 3:



2) ¿Cuál es la medida de la altura del cono?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

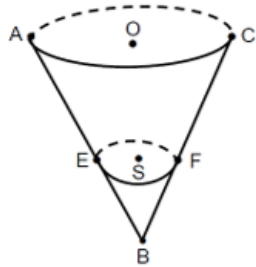
3) ¿Cuál es la medida del diámetro de la base del cono?

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 8



Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 4, 5 y 6:

A continuación, se ilustra un sólido con forma de cono circular recto y una sección plana, producto de la intersección de dicho sólido con un plano paralelo a la base de este:



A-O-C y E-S-F  
O: centro de la base del cono  
S: centro de la sección plana

4) ¿Cuál segmento representa la altura del cono de centro O?

- A)  $\overline{AC}$
- B)  $\overline{AB}$
- C)  $\overline{BO}$
- D)  $\overline{CE}$

5) ¿Cuál segmento representa el diámetro de la base de la sección plana de centro S?

- A)  $\overline{ES}$
- B)  $\overline{FS}$
- C)  $\overline{EF}$
- D)  $\overline{BS}$

6) Si  $SC = 10$  y  $AC = 12$ , entonces, la distancia entre el centro de la base del cono y el centro de la sección plana dada, corresponde a

- A) 5
- B) 6
- C) 8
- D) 9

60147147

7) La medida de la altura de un cono circular recto es 16 y la medida del diámetro de su base es 16. Si a dicho cono se le realiza un corte con un plano paralelo a su base a 6 unidades de la misma, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida?

- A)  $8\pi$
- B)  $10\pi$
- C)  $12\pi$
- D)  $16\pi$



8) La medida de la altura de un cono circular recto es 18 y la medida del diámetro de su base es 12. Si a dicho cono se le realiza un corte con un plano paralelo a su base a 6 unidades de la misma, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida?

- A)  $6\pi$
- B)  $8\pi$
- C)  $12\pi$
- D)  $15\pi$



9) La medida del diámetro de la base de un cono circular recto es 10. Si al cono se le realiza un corte con un plano paralelo a su base, tal que, la medida desde la cúspide del cono al corte es 6 y la medida desde dicho corte a la base del cono es 8, entonces, ¿cuál es la longitud del radio de la sección plana que se generó por el corte?

- A)  $\frac{15}{4}$
- B)  $\frac{15}{7}$
- C)  $\frac{35}{3}$
- D)  $\frac{84}{5}$

